



Q1	
Q2	
Q3	
Q4	
Σ	

ALUNO	RA
-------	----

MS211 – Turma D – 2o. Sem. 2015 – 1a. Prova – 29/09/2015

INSTRUÇÕES

NÃO É PERMITIDO DESTACAR AS FOLHAS DA PROVA
RESPOSTAS PURAMENTE NUMÉRICA NÃO SERÃO CONSIDERADAS
SERÃO CONSIDERADAS SOMENTE AS QUESTÕES ESCRITAS DE FORMA CLARA E
DEVIDAMENTE JUSTIFICADAS

Questão 1. Considere a função $f(x) = \frac{x^2}{2} + x(\ln x - 1)$.

- (a) Mostre que f tem *exatamente* um único ponto crítico e exiba um intervalo que o contenha.
- (b) Encontre uma aproximação \bar{x} para o ponto crítico de f , tal que $|f'(\bar{x})| < 10^{-4}$.

Questão 2. Considere o sistema linear $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, em que \mathbf{A} e \mathbf{b} são dados abaixo, e a aplicação do método da Eliminação de Gauss **com** estratégia de pivoteamento parcial:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 5 & -2 & 3 \\ 1 & 6 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ -13 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Primeiro estágio da eliminação de Gauss:

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 5 & -2 & 3 \\ 1 & 6 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 5 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 6 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} m_{21} = 0.4 \\ m_{31} = 0.2 \end{matrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 5 & -2 & 3 \\ 0 & 4.8 & -0.2 \\ 0 & 6.4 & 3.4 \end{bmatrix}$$

Segundo estágio da eliminação de Gauss:

$$\begin{bmatrix} 5 & -2 & 3 \\ 0 & 6.4 & 3.4 \\ 0 & 4.8 & -0.2 \end{bmatrix} \rightarrow m_{32} = 0.75 \rightarrow \begin{bmatrix} 5 & -2 & 3 \\ 0 & 6.4 & 3.4 \\ 0 & 0 & -2.75 \end{bmatrix}$$

- (a) Usando estes resultados, apresente as matrizes \mathbf{L} e \mathbf{U} e a matriz \mathbf{P} de permutação decorrentes deste processo. Justifique sua resposta.
- (b) Resolva o sistema linear $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ pela fatoração LU , **utilizando os cálculos já efetuados** acima.

Questão 3. Sejam $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 6 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -8.0 \\ 7.5 \\ 6.0 \end{bmatrix}$.

- (a) É possível garantir a convergência do Método de Jacobi, se aplicado ao sistema linear $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$? Justifique sua resposta?
- (b) Partindo do vetor nulo, por meio do método de Gauss-Seidel, encontre uma aproximação para a solução do sistema linear que satisfaça $\|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|_\infty < 10^{-1}$.

Questão 4. Considere o sistema não-linear

$$\begin{cases} x_1^2 - x_2^2 = 0, \\ 2x_1x_2 = 1. \end{cases}$$

- (a) Efetue uma iteração do método de Newton, partindo de $\mathbf{x}^{(0)} = [0.5, 0.5]^T$.
- (b) Identifique todos os pontos a partir dos quais o método de Newton não está definido.