Cálculo II (6MAT 013) – Primeira Avaliação

20 de Abril de 2010

	Nota
Q1	
Q2	
Q3	
Q4	
Q5	
Total	

Nome: ______________________________

(COLOQUE O NOME EM TODAS AS FOLHAS QUE USAR!)

Questão 1. A sequencia de Fibonacci $\{f_n\}$ é definida recursivamente pelas condições

$$f_1 = 1, \quad f_2 = 1 \quad \text{e} \quad f_n = f_{n-1} + f_{n-2}, \quad \text{para } n \geq 3.$$

Seja $a_n = f_{n+1}/f_n$ e mostre que $a_{n-1} = 1 + 1/a_{n-2}$. Supondo que $\{a_n\}$ seja convergente, encontre seu limite.

Questão 2. Determine se a série é convergente ou divergente. Se for convergente, calcule sua soma:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{2}, \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{1/n} - e^{1/(n+1)}\right).$$

Questão 3. Para cada item, determine se a série converge ou diverge. Justifique sua resposta.

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{1/n}}{n^2}, \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}.$$

Questão 4. Teste as seguintes séries quanto a convergência ou divergência. Justifique sua resposta.

$$\text{a) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}, \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}.$$

Questão 5. O significado da representação decimal de um número $0, d_1 d_2 d_3 \ldots$, onde cada algarismo $d_i \in \{0, 1, \ldots, 9\}$, é que

$$0, d_1 d_2 d_3 d_4 \ldots = \frac{d_1}{10} + \frac{d_2}{10^2} + \frac{d_3}{10^3} + \frac{d_4}{10^4} + \ldots$$

Mostre que essa série sempre converge.

As questões serão consideradas somente se forem apresentados os cálculos necessários.
BOA PROVA!!!