



Cálculo II (6MAT 013) – Exame

14 de Dezembro de 2010

| | Nota |
|-------|------|
| Q1 | |
| Q2 | |
| Q3 | |
| Q4 | |
| Q5 | |
| Q6 | |
| Total | |

Nome: _____

Serão consideradas somente as questões escritas de forma clara e devidamente justificadas.

BOA PROVA!!!

Questão 1. A sequência de Fibonacci $\{f_n\}$ é definida recursivamente pelas condições

$$f_1 = 1, \quad f_2 = 1 \quad \text{e} \quad f_n = f_{n-1} + f_{n-2}, \quad \text{para } n \geq 3.$$

Seja $a_n = f_{n+1}/f_n$ e mostre que $a_{n-1} = 1 + 1/a_{n-2}$. Supondo que $\{a_n\}$ seja convergente, encontre seu limite.

Questão 2. Encontre a série de MacLaurin das seguintes funções:

a) $g(x) = \cos x$,

b) $h(x) = e^x$.

Questão 3. Considere a função

$$f(x, y) = 5xy^2 - 4x^3y.$$

- a) Determine o gradiente de f ,
- b) Calcule o gradiente de f no ponto $\mathbf{p} = (1, 2)$,
- c) Determine a taxa de variação de f em \mathbf{p} na direção do vetor $\mathbf{u} = \langle \frac{5}{13}, \frac{12}{13} \rangle$.

Questão 4. Calcule as seguintes integrais duplas:

a) $\int_0^{\pi/2} \int_0^{\cos \theta} e^{\operatorname{sen} \theta} dr d\theta;$

b) $\iint_D x^3 y^2 dA,$ onde $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 2, -x \leq y \leq x\}.$

Questão 5. Calcule a integral tripla $\iiint_T x^2 dV$, onde T é o tetraedro sólido com vértices $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ e $(0, 0, 1)$.

Questão 6. Determine se

$$\mathbf{F}(x, y) = (2x - 3y)\mathbf{i} + (-3x + 4y - 8)\mathbf{j},$$

é ou não um campo conservativo. Se for, determine uma função f tal que $\mathbf{F} = \nabla f$.