

# Lista 7 - Produto Interno, Norma, Retas e Esferas no Espaço

**Exercício 1.** Encontre as equações paramétricas e padrão da reta que passa pelos seguintes pontos:

- a)  $(3, 5, 1)$  e  $(-2, 3, 2)$ ,
- b)  $(2, 4, 3)$  e  $(4, 2, 3)$ ,
- c)  $(4, 1, 2)$  e  $(6, 1, 2)$ ,
- d)  $(4, 5, 5)$  e  $(-2, 3, -7)$ ,
- e)  $(2, 2, -2)$  e  $(0, 0, 1)$ .

**Exercício 2.** Determine o vetor direcional  $L$  e três pontos das retas dadas pelas seguintes equações:

- a)  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{2}$ ,
- b)  $\frac{3x}{2} = \frac{2y-2}{2} = \frac{2z+1}{2}$ ,
- c)  $2x - 1 = 4y + 8 = 3z - 5$ ,
- d)  $x - 1 = 2y + 1 = -2z - 2$ ,
- e)  $-3z = 3$ ,  $-y = -2$  e  $x$  arbitrário,
- f)  $2x = 3$ ,  $4y = 5$  e  $z$  arbitrário.

**Exercício 3.** Calcule o produto interno entre os seguintes vetores do espaço:

- a)  $u = (-1, -1, -1)$  e  $v = (-3, -3, -2)$ ,
- b)  $u = (-2, 2, 2)$  e  $v = (-3, 0, 2)$ ,
- c)  $u = (-2, 1, 2)$  e  $v = (0, 0, -1)$ ,
- d)  $u = (1, 0, -1)$  e  $v = (2, -3, 0)$ ,
- e)  $u = (0, 3, 0)$  e  $v = (3, -1, -2)$ .

**Exercício 4.** Calcule a norma dos seguintes vetores do espaço:

- a)  $u = (1, -3, 3)$ ,
- b)  $u = (-2, -2, -3)$ ,
- c)  $u = (1, 3, 0)$ ,
- d)  $u = (1, -2, -3)$ ,
- e)  $u = (2, 2, 3)$ ,
- f)  $u = (0, 0, -3)$ .

**Exercício 5.** Calcule a distância entre os seguintes pontos do espaço:

- a)  $u = (2, -2, -2)$  e  $v = (0, 0, -2)$ ,
- b)  $u = (2, 2, -2)$  e  $v = (-2, -1, -2)$ ,

- c)  $u = (3, 0, -3)$  e  $v = (2, -3, -1)$ ,
- d)  $u = (-3, 3, 3)$  e  $v = (1, -2, -3)$ ,
- e)  $u = (-1, -2, 1)$  e  $v = (-1, -3, 3)$ .

**Exercício 6.** Determine o centro e o raio da esfera descrita pelas seguintes equações:

- a)  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + z^2 - 4 = 0$ ,
- b)  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 2z + 2 = 0$ ,
- c)  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 4z + 13 = 0$ ,
- d)  $x^2 + y^2 + z^2 - x - 2\sqrt{2}y - 2z + \frac{9}{4} = 0$ ,
- e)  $x^2 + y^2 + z^2 - \sqrt{2}y + \frac{2z}{3} + \frac{13}{36} = 0$ .

## RESPOSTAS

Q1:

a)  $x = 3 - 5t; y = 5 - 2y; z = 1 - t;$        $\frac{x-3}{5} = \frac{y-5}{2} = 1 - z,$

b)  $x = 2 + 2t; y = 4 - 2t; z = 3;$        $\frac{x-2}{2} = \frac{4-y}{2} = z - 3,$

c)  $x = 4 + 2t; y = 1; z = 2;$        $\frac{x-4}{2} = y - 1 = z - 2,$

d)  $x = 4 - 6t; y = 5 - 2t; z = 5 - 12t;$        $\frac{x-4}{6} = \frac{5-y}{2} = \frac{5-z}{12},$

e)  $x = 2 - 2t; y = 2 - 2t; z = -2 + 3t;$        $\frac{2-x}{2} = \frac{2-y}{2} = \frac{z+2}{3},$

Q2:

a) Vetor direcional:  $L = (3, 4, 2);$  Três pontos da reta:  $(1, -2, 3), (4, 2, 5), (-2, -6, 1),$

b) Vetor direcional:  $L = \left(\frac{2}{3}, 1, 1\right);$  Três pontos da reta:  $\left(0, 1, -\frac{1}{2}\right), \left(\frac{2}{3}, 2, \frac{1}{2}\right), \left(-\frac{2}{3}, 0, -\frac{3}{2}\right),$

c) Vetor direcional:  $L = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right);$  Três pontos da reta:  $\left(\frac{1}{2}, -2, \frac{5}{3}\right), \left(1, -\frac{7}{4}, 2\right), \left(0, -\frac{9}{5}, \frac{4}{3}\right),$

d) Vetor direcional:  $L = \left(1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right);$  Três pontos da reta:  $\left(1, -\frac{1}{2}, -1\right), \left(2, 0, -\frac{3}{2}\right), \left(0, -1, -\frac{1}{2}\right),$

e) Vetor direcional:  $L = (1, 0, 0);$  Três pontos da reta:  $(0, 2, -1), (1, 2, -1), (-1, 2, -1),$

f) Vetor direcional:  $L = (0, 0, 1);$  Três pontos da reta:  $\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{4}, 0\right), \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{4}, 1\right), \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{4}, -1\right).$

Q3: a) 8 , b) 10 , c) -2 , d) 2 , e) -3.

Q4: a)  $\sqrt{19}$  , b)  $\sqrt{17}$  , c)  $\sqrt{10}$  , d)  $\sqrt{14}$  , e)  $\sqrt{17}$  , f) 3.

Q5: a)  $\sqrt{8}$  , b) 5 , c)  $\sqrt{14}$  , d)  $\sqrt{77}$  , e)  $\sqrt{5}.$

Q6:

a) Centro:  $(2, 1, 0),$  Raio: 3,

b) Centro:  $(-1, 1, -1),$  Raio: 1,

c) Centro:  $(2, -3, 2),$  Raio: 2,

d) Centro:  $\left(\frac{1}{2}, \sqrt{2}, 1\right),$  Raio: 1,

e) Centro:  $\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{1}{3}\right),$  Raio:  $\frac{1}{2}.$