Lista 6 - Pontos e Vetores no Espaço

Exercício 1. Dados os vetores $u = (2, -3, 3), v = (1, 1, 5)$ e $w = (1, 3, -4)$, calcule

a) $u + 3w$,

b) $(u - v) - w$,

c) $v + 2(v - u)$,

d) $2w - 3(u - v)$.

Exercício 2. Dados os pontos $A(0, 1, -1)$ e $B(1, 2, -1)$, determine e esboce no espaço o segmento orientado (vetor) que parte de A e termina em B.

Exercício 3. Encontre as coordenadas do vértice oposto a B no paralelogramo $ABCD$, sendo dados $A(3, -2, 3)$, $B(5, 1, -3)$ e $C(0, 1, 2)$.

Exercício 4. Sabendo que o ponto $P(-3, y, z)$ pertence à reta que passa pelos pontos $A(1, -2, 4)$ e $B(-1, -3, 1)$, determine o valor de y e z.

Exercício 5. Dados os pontos $u_1 = (1, -2, 3)$, $u_2 = (2, 1, -4)$ e $u_3 = (-1, -3, 1)$, determine as componentes do vetor v tal que $(u_2 - u_1) + (v - u_3) = 0$.

Exercício 6. Sabendo que $3u - 4v = 2w$, determine x, y e z, sendo $u = (2, -1, z)$, $v = (x, y - 2, 3)$ e $w = (4, -1, 0)$.

Exercício 7. Dados os vetores $u_1 = (2, 3, -1)$, $u_2 = (1, -1, 1)$ e $u_3 = (-3, 4, 0)$.

a) Determine o vetor v de modo que $3u_1 - u_2 + v = 4v + 2u_3$.

b) Encontre os números reais a_1, a_2 e a_3 tais que $a_1u_1 + a_2u_2 + a_3u_3 = (-2, 13, -5)$.

Exercício 8. Dados os pontos $A(1, -1, 3)$ e $B(3, 1, 5)$, até que ponto se deve prolongar o segmento AB, no sentido de A para B, para que seu comprimento quadruplique?

Exercício 9. O ponto A é um dos vértices de um paralelepípedo e os três vértices adjacentes são B, C e D. Sendo o segmento AP uma diagonal do paralelepípedo, determine as coordenadas do ponto P nos seguintes casos:

a) $A(3, 5, 0)$, $B(1, 5, 0)$, $C(3, 5, 4)$ e $D(3, 2, 0)$;

b) $A(-1, 2, 1)$, $B(3, -1, 2)$, $C(4, 1, -3)$ e $D(0, -3, -1)$;

c) $A(-1, 2, 3)$, $B(2, -1, 0)$, $C(3, 1, 4)$ e $D(-2, 0, 5)$.

Exercício 10. Dados pontos arbitrários $P_1(x_1, y_1, z_1)$ e $P_2(x_2, y_2, z_2)$ no espaço, determine uma expressão que forneça as coordenadas do ponto médio M do segmento de reta P_1P_2.

RESPOSTAS

Q1: a) $(5, 6, -9)$, b) $(0, -7, 2)$, c) $(-1, 9, 9)$, d) $(-1, 18, -2)$.
Q2: O segumento orientado é $(1, 1, 0)$.
Q3: O vértice D tem coordenadas $(-2, -2, 9)$.
Q4: Os valores são $y = -4$ e $z = -2$.
Q5: $v = (-1/3, -8/3, 11/3)$.
Q6: $x = -1/2$, $y = 7/4$ e $z = 4$.
Q7: a) $v = (11/3, 2/3, -4/3)$; b) $a_1 = 2, a_2 = -3$ e $a_3 = 1$.
Q8: $(9, 7, 11)$.
Q9: a) $(1, 2, 4)$; b) $(9, -7, -4)$; c) $(5, -4, 3)$.