

Exercícios para 06 de Outubro de 2010

Exercício 1. Mostre que a n -ésima derivada do produto h de duas funções f e g satisfaz a seguinte equação chamada *fórmula de Leibnitz*:

$$h^{(n)}(x) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(k)}(x) g^{(n-k)}(x), \quad (1)$$

onde

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Exercício 2. Seja $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$ uma função contínua em todo intervalo $[a, b]$ e diferenciável em (a, b) , com $|f'(x)| \leq \alpha < 1$ para todo $x \in (a, b)$. Mostre que f possui um único ponto fixo em $[a, b]$, ou seja, existe um único $c \in [a, b]$ tal que $f(c) = c$.