



Q1	
Q2	
Q3	
Q4	
Q5	
Σ	

ALUNO

RA

MS-680 – Turma A – 2o. Sem. 2013 – 1a. Prova – 23/09/2013

INSTRUÇÕES

NÃO É PERMITIDO DESTACAR AS FOLHAS DA PROVA

É PROIBIDO O USO DE CALCULADORAS

SERÃO CONSIDERADAS SOMENTE AS QUESTÕES ESCRITAS DE FORMA CLARA E
DEVIDAMENTE JUSTIFICADAS

Questão 1. Considere uma população com m classes etárias. Sejam $p_n^1, p_n^2, \dots, p_n^m$ o número de indivíduos em cada classe etária no n -ésimo intervalo de tempo, com p_n^1 e p_n^m representando respectivamente os indivíduos mais novos e mais velhos. Sejam também

- i) α_k o número de descendentes produzidos por indivíduo em cada classe etária k , para $k = 1, \dots, m$.
- ii) σ_k a fração de indivíduos da classe etária k que sobrevivem para a classe etária $k + 1$, para $k = 1, \dots, m - 1$.

Denotando por $\mathbf{P}_n = [p_n^1, p_n^2, \dots, p_n^m]^T$ o vetor coluna composto do número de indivíduos em cada classe etária, escreva o sistema acima na forma matricial $\mathbf{P}_{n+1} = A\mathbf{P}_n$.

Obs.: A matriz A do sistema acima é conhecida por *matriz de Leslie*.

Questão 2. Resolva e esboce a solução das seguintes equações de diferenças:

(a) $x_{n+1} - 5x_n + 4x_{n-1} = 0$.

(b) $x_{n+2} - x_{n+1} + x_n = 0$.

Questão 3. Considere a equação

$$N_{t+1} = N_t \exp \left[r \left(1 - \frac{N_t}{K} \right) \right].$$

Esta equação, também referida como um análogo discreto da equação logística diferencial, descreve o crescimento de uma única espécie em um ambiente com capacidade de suporte K . Em outras palavras, o ambiente consegue manter um nível máximo populacional $N = K$. A expressão

$$\lambda(N) = \exp \left[r \left(1 - \frac{N}{K} \right) \right]$$

reflete o efeito da densidade N na taxa de reprodução da população. Com efeito,

- (a) Esboce o gráfico de λ como uma função de N e conclua que a população cresce e reproduz somente se $N < K$.
- (b) Determine os estados estacionários.
- (c) Analise a estabilidade dos estados estacionários.
- (d) Existem restrições nos parâmetros r e K para obter um estado estacionário atrator não-trivial?

Questão 4. Determine os estados estacionários não-triviais dos seguintes sistemas de equações de diferenças não-lineares:

(a) Dados parâmetros positivos F, a, k :

$$\begin{cases} H_{t+1} &= FH_t(1 + aP_t/k)^{-k}, \\ P_{t+1} &= H_t - H_{t+1}/F. \end{cases}$$

(b) Dados parâmetros positivos f, a, r, δ :

$$\begin{cases} v_{n+1} &= fv_n e^{-ah_n}, \\ h_{n+1} &= rh_n(\delta - h_n/v_n). \end{cases}$$

Questão 5. Considere o sistema de equações

$$\begin{aligned}N_{t+1} &= \lambda N_t e^{-aP_t}, \\P_{t+1} &= cN_t(1 - e^{-aP_t}).\end{aligned}$$

que descrevem a interação entre parasita P_t e hospedeiro N_t com parâmetros positivos λ, a, c .

- (a) Determine os estados estacionários do sistema.
- (b) Analise a estabilidade dos estados estacionários.
- (c) Com base no resultado do item anterior, o que pode ser dito sobre o modelo acima?

RASCUNHO