

# MS680 – Modelos Matemáticos para Biologia

## – Atividade 4 –

Entregar 09 de Setembro de 2013

### Ciclos Regulares de Infecção

Em um artigo publicado na revista *New Scientist*, Anderson e May (1982) apresentam um modelo discreto para a propagação de doença que demonstra como ciclos regulares de infecção podem surgir na população. Considerando o período médio de infecção como unidade de tempo, eles escrevem as equações abaixo para o número de casos de doença  $C_t$  e o número de indivíduos susceptíveis  $S_t$  no  $t$ -ésimo intervalo de tempo.

$$C_{t+1} = fC_tS_t, \quad (1)$$

$$S_{t+1} = S_t - fC_tS_t + B. \quad (2)$$

As equações estão baseadas nas seguintes hipóteses apresentadas por Anderson e May:

1. O número de novos casos no tempo  $t + 1$  é uma fração  $f$  do produto do número de casos  $C_t$  e o número total de susceptíveis  $S_t$ .
2. Um caso de doença dura apenas um único período de tempo.
3. O número de indivíduos susceptíveis aumenta a cada período de tempo por uma quantia fixa  $B \neq 0$  e decresce com o número de novos casos.
4. Indivíduos que recuperam da doença são imunes.

Com base nas equações e hipóteses, faça:

- a) Explique a hipótese 1.
- b) Esclareça a relação entre as equações e as hipóteses acima.
- c) Mostre que  $\bar{S} = \frac{1}{f}$  e  $\bar{C} = B$  são estados estacionários.
- d) Conclua que pequenas perturbações no estado estacionário resultam em comportamento.
- e) O que acontece quando  $f = 2/B$ ?
- f) Observe ciclos de incidência da doença usando um programa de computador. Valores típicos para os parâmetros dados por Anderson e May (1982) são:
  - $B = 12$  nascimentos por 1000 habitantes em países como Inglaterra ou  $B = 32$  nascimentos por 1000 habitantes em países com maior taxa de natalidade.
  - $f = 0.3 \times 10^{-4}$ .
  - $S_0 = 2000$  e  $C_0 = 20$ .