

MS680 – Modelos Matemáticos para Biologia

– Atividade 2 –

Entregar 19 de Agosto de 2013

Produção de Glóbulos Vermelhos

- (a) Explique as equações abaixo e mostre que elas podem ser combinadas numa única equação de diferença linear de segunda ordem:

$$R_{n+1} = (1 - f)R_n + M_n, \quad (1)$$

$$M_{n+1} = \gamma f R_n, \quad (2)$$

em que

R_n = número de glóbulos vermelhos em circulação no dia n ,

M_n = número de glóbulos vermelhos produzidos pela medula óssea no dia n ,

f = fração de glóbulos vermelhos removidos pelos rins,

γ = constante de produção.

- (b) Mostre que os autovalores são

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left((1 - f) \pm \sqrt{(1 - f)^2 + 4\gamma f} \right),$$

e determine seus sinais e magnitudes.

- (c) Para homeostase na contagem de glóbulos vermelhos, a quantidade R_n deve manter-se aproximadamente constante. Mostre que uma forma de obter homeostase é tomando $\lambda_1 = 1$. Nesse caso, o que acontece com γ ?
- (d) Usando o resultado do item (c), mostre que o segundo autovalor é $\lambda_2 = -f$. Qual será então o comportamento da solução

$$R_n = A\lambda_1^n + B\lambda_2^n?$$