LISTA 5 FUNÇÕES

1 Sejam $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $f : A \to A$ definida por $f(x) = x + 1$ se $x \neq 6$ e $f(6) = 1$.

a) Compute $f(3)$, $f(6)$ e $f(f(2))$.

b) Ache uma imagem inversa de 2 e 1.

2 Para cada uma das funções $f : A \to I\!R$ abaixo, o domínio A consiste de todos os reais x para os quais $f(x)$ está definida. Determine o domínio e a imagem de f em cada caso:

(a) $f(x) = 1 + x^2$.

(b) $f(x) = 1 - 1/x$.

(c) $f(x) = \sqrt{3x - 6}$.

(d) $f(x) = x^3 - 8$.

(e) $f(x) = x/\sqrt{x - 5}$.

3 Dados $A = \{a, b, c\}$ e $B = \{0, 1\}$ determine todas as funções $f : A \to B$.

4 Sejam $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \{x, y, z\}$. Exiba, se possível:

(a) $f : A \to B$ injetora.

(b) $f : A \to B$ não sobrejetora.

(c) $f : B \to A$ injetora mas não sobrejetora.

(d) $f : B \to A$ sobrejetora mas não injetora.

(e) $f : B \to A$ bijetora.

5 Para cada uma das seguintes funções prove ou exiba um contra-exemplo das afirmações: (i) f é injetora e (ii) f é sobrejetora.

a) $f : I\!R \to I\!R,\ f(x) = ax + b,\ a \neq 0$.

b) $f : I\!R \to [-1, \infty),\ f(x) = x^2 - 1$.

c) $f : I\!N \to I\!N,\ f(x) = 2x$.

d) $f : (0, 1] \to [1, \infty),\ f(x) = 1/x$.

e) $f : I\!R \to I\!R,\ f(x) = x - |x|$.

f) $f : \mathbb{R} - \{1\} \to \mathbb{R},\ f(x) = 1/(1-x)$.

g) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{N},\ f(x) = x^2!$

h) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = -1/(2+|x|)$.

i) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \sqrt{|x|}$.

j) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z},\ f(x) = (3x-1)(2-x)$.

k) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z},\ f(x) = (x-1)/2$ se x é ímpar e $f(x) = -x/2$ se x é par.

l) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x$ se $x \in \mathbb{Q}$ e $f(x) = -x$ se $x \notin \mathbb{Q}$.

m) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 2x$.

n) $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x,y) = xy + x + y$.

o) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \times \mathbb{R},\ f(x) = (x,x)$.

p) $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x,y) = x$.

q) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ f(x,y) = x + |y|$.

r) $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x,y) = xy$.

s) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ f(x,y) = (x^2+y^2, x)$.

t) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ f(x,y) = (3x-y, x+y)$.

u) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ f(x,y) = (x^2+y, x-y)$.

v) $f : \mathbb{Q} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x,y) = x + y$.

w) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2,\ f(x) = (x,0)$.

x) $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ f(x,y,z) = (x+y, x+z)$.

y) $f : (-1,+\infty) \to \mathbb{R},\ f(x) = x/(1+x)$.

z) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2,\ f(x) = (1+x, 1-x)$.