# Cálculo Numérico - Segunda Prova - A - 29/06/05

## 1

Considere

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-1$ | $3$ | $1$ | $-1$ | $3$ |

**(a)** Determine um polinômio $P$ que interpola os dados acima.

**(b)** Existe um polinômio de grau 4 que interpola $f$ nesses pontos? Explique porque qualquer polinômio $R$ de grau $\leq 3$, que interpola $f$ em 4 (pontos diferentes) dos 5 pontos dados acima, é igual a $P$.

## 2

Segundo a lei de Hooke, quando se aplica uma força a uma mola fabricada de material uniforme, o comprimento da mola é uma função linear da força. Podemos escrever esta lei na forma

$$F(l) = k(l - E)\,,$$

onde $F(l)$ é a força necessária para estender a mola $l$ unidades, $E$ representa o comprimento da mola quando nenhuma força está sendo aplicada, e $k$ é chamada constante da mola. Considere uma mola com $E = 0.53$ m.

**(a)** Suponha que foram medidos os seguintes comprimentos $l$ em metros para seguintes pesos $F(l)$ em kilos.

| $F(l)$ | 2 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|
| $l$ | 0.7 | 0.94 | 1.23 |

Determine $k$ através do método dos quadrados mínimos.

**(b)** Tomando medidas adicionais, obtemos:

| $F(l)$ | 3 | 5 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| $l$ | 0.83 | 1.13 | 1.44 | 1.59 |

Determine $k$ através do método dos quadrados mínimos utilizando estes dados (somente aqueles em **(b)**).

**(c)** Compare **(a)** e **(b)**. Qual é a solução que providencia o melhor ajuste a todos os dados experimentais?

## 3

Suponha que a probabilidade de uma certa variável estar entre $-\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$ seja dada pela integral $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp(\frac{-x^2}{2})dx$.

**(a)** Qual é o menor número de subintervalos que devemos considerar para obter uma aproximação para esta integral, com erro menor do que $10^{-4}$, usando a regra dos *trapézios*?

**(b)** Calcule o valor de $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp(\frac{-x^2}{2})dx$ usando *Quadratura Gaussiana* de dois pontos (regra simples).

## 4

**(a)** Utilize o Algoritmo de Diferenças Finitas com $h = 0.5$ e erro da ordem de $h^2$ para resolver o problema

$$y'' = -\frac{y'}{x}\,, 1 \leq x \leq 2$$
$$y(1) = 0\,, y(2) = 1\,.$$

**(b)** Utilize o método de Euler com $h = 0.5$ para aproximar o valor de $y(2)$ no seguinte problema:

$$y'' = -\frac{y'}{x}\,, 1 \leq x \leq 2$$
$$y(1) = 0\,, y'(1) = \frac{2}{\ln(4)}\,.$$

**Boa sorte! Não destaque as folhas! Justifique as suas respostas!**