
MÉTODOS COMPUTACIONAIS DE OTIMIZAÇÃO

José Mario Martínez

Sandra Augusta Santos

Departamento de Matemática Aplicada
IMECC-UNICAMP
1995

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	1
1.1 UMA CLASSIFICAÇÃO INFORMAL	1
1.2 UM PROBLEMA DE ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS	3
1.3 DEFININDO MINIMIZADORES	7
2. CONDIÇÕES DE OTIMALIDADE	11
2.1 RESTRIÇÕES EM FORMATO GERAL	12
2.2 RESTRIÇÕES DE IGUALDADE	16
2.3 RESTRIÇÕES DE DESIGUALDADE	20
2.4 RESTRIÇÕES DE IGUALDADE E DESIGUALDADE	22
3. CONVEXIDADE E DUALIDADE	25
3.1 CONVEXIDADE	26
3.2 DUALIDADE	31
4. MINIMIZAÇÃO DE QUADRÁTICAS	37
4.1 QUADRÁTICAS SEM RESTRIÇÕES	37
4.1.1 USANDO FATORAÇÕES	41
4.1.2 O CASO ESPARSO	44
4.1.3 MÉTODOS ITERATIVOS	45
4.2 QUADRÁTICAS EM BOLAS	54
4.3 QUADRÁTICAS EM CAIXAS	60
5. SISTEMAS DE EQUAÇÕES NÃO-LINEARES	73
5.1 O MÉTODO DE NEWTON	74
5.2 MÉTODOS QUASE-NEWTON	76
5.3 MÉTODOS DE NEWTON INEXATOS	80
5.4 CONVERGÊNCIA LOCAL	83
5.4.1 O TEOREMA DAS DUAS VIZINHANÇAS	85
5.4.2 CONVERGÊNCIA QUADRÁTICA DE NEWTON	88
5.4.3 CONVERGÊNCIA DOS QUASE-NEWTON	89
5.4.4 CONVERGÊNCIA DOS NEWTON INEXATOS	95

6. MINIMIZAÇÃO IRRESTRITA E BUSCA LINEAR	99
6.1 ALGORITMOS GERAIS	100
6.2 O MÉTODO DE NEWTON	107
6.3 MÉTODOS QUASE-NEWTON	113
6.4 MÉTODOS DE NEWTON TRUNCADOS	122
7. REGIÕES DE CONFIANÇA	125
7.1 ALGORITMO GERAL	126
7.2 MÉTODO DE NEWTON	127
7.3 MINIMIZAÇÃO EM CAIXAS	135
8. MINIMIZAÇÃO UNIDIMENSIONAL	145
8.1 MÉTODOS DIRETOS PARA REDUÇÃO DE INCERTEZA .	145
8.2 APROXIMAÇÕES POLINOMIAIS	148
8.3 TÉCNICAS DE MINIMIZAÇÃO GLOBAL	152
9. RESTRIÇÕES LINEARES	155
9.1 IGUALDADES	156
9.2 ESTRATÉGIA DE RESTRIÇÕES ATIVAS	158
9.3 SAINDO DA FACE	161
9.4 REDUÇÃO A CAIXAS	164
9.5 PONTOS INTERIORES	166
10. PENALIZAÇÃO	171
10.1 MÉTODOS DE BARREIRAS	172
10.2 PENALIZAÇÃO EXTERNA	180
10.3 LAGRANGIANO AUMENTADO	189
11. GRADIENTE REDUZIDO GENERALIZADO	195
11.1 RESTRIÇÕES DE IGUALDADE	196
11.2 GRG COM DESIGUALDADES	200
11.3 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	203
12. PROGRAMAÇÃO QUADRÁTICA SEQUENCIAL	205
12.1 PROGRAMAÇÃO QUADRÁTICA SEQUENCIAL “PURA”	206
12.2 FORÇANDO SOLUBILIDADE DO SUBPROBLEMA	208
12.3 A FUNÇÃO DE MÉRITO	210
12.4 DECRÉSCIMO SUFICIENTE	213

12.5 O PARÂMETRO DE PENALIZAÇÃO	216
12.6 O ALGORITMO ESTÁ BEM DEFINIDO	219
12.7 A PROVA DE CONVERGÊNCIA GLOBAL	223
12.8 A HESSIANA DA QUADRÁTICA	227
12.9 OUTRAS FUNÇÕES DE MÉRITO	230
12.10 NOTAS HISTÓRICAS	233
BIBLIOGRAFIA	239

PREFÁCIO

Nem sempre um livro-texto é útil para o leitor, mas dificilmente não o seja para os autores. Ao completar, no carnaval de 1995, a primeira versão do nosso MÉTODOS, sentimo-nos satisfeitos pela oportunidade que a criatura nos deu de refletir sobre área que, supostamente, conhecíamos bem, preencher lacunas, e descobrir mares de autêntica e, aqui confessa, ignorância. Portanto, se o estudante não se sentir confortável com a leitura do livro, sirvam estas linhas, pelo menos, de estímulo para escrever o próprio testemunho sobre o tema.

Este trabalho trata sobre métodos computacionais. Isto significa que cada algoritmo mencionado no texto foi, está sendo, ou é suscetível de ser implementado em um programa e que certo grau de eficácia, para algum tipo de problema representativo, já foi ou está claramente em vias de ser demonstrado. Métodos de interesse puramente “teórico”, ou de aplicabilidade muito restrita, não foram incluídos. Há uma óbvia potencialidade de erro nesse tipo de decisão, já que novos pontos de vista sobre procedimentos hoje pouco práticos podem aumentar radicalmente sua eficiência no futuro, e problemas aparentemente irrelevantes talvez encontrem aplicações insuspeitas. Em alguns casos, o algoritmo modelo para resolver determinado tipo de problema foi escolhido, no desempate, por maior familiaridade ou até gosto pessoal.

Muitos textos de otimização classificam seu conteúdo, de maneira obsessiva, por problema. Essa tradição foi respeitada apenas parcialmente em nosso trabalho. Assim, achamos que idéias como “regiões de confiança” mereciam um capítulo separado e que o problema “minimização em caixas” devia ser uma seção desse capítulo e não uma unidade autônoma. De um modo geral, procuramos maximizar a independência entre capítulos, de maneira de facilitar sua leitura separada, e desordenada. Algumas convenções de notação foram lembradas em cada capítulo, outras apenas nos primeiros, e, provavelmente, algumas foram simplesmente esquecidas. Futuras versões do livro procurarão corrigir essas falhas.

Confortados pelo primeiro parágrafo deste prefácio, pela utilidade para nós mesmos, poderíamos prescindir de outras justificativas. Não poderíamos ocultar, entretanto, que nossa pretensão foi a elaboração de um livro-texto

adequado para um primeiro curso a nível de pós-graduação, razoavelmente atualizado como para servir de base para pesquisa e consulta, sem detalhes excessivamente técnicos ou embaraçosos. Achamos que um livro de matemática deve ter, pelo menos, duas leituras possíveis: uma com lápis e papel, verificando detalhes, encontrando exemplos e contra-exemplos sem medo de gastar horas ou dias em cima da mesma página. A segunda é a leitura-romance, de poltrona, onde as fórmulas são puladas e as palavras da linguagem comum dão sentido e motivam o texto. Nossa intenção foi produzir um trabalho válido para os dois tipos de leitura. Se não conseguimos, merecemos ser cobrados pelo fracasso.

Para a compreensão profunda do texto são necessários conhecimentos de análise (seqüências, convergência, pontos limite, compacidade, topologia de \mathbb{R}^n) e álgebra linear básica, com ênfase computacional (matrizes, fatorações, dimensão, autovalores, núcleo, imagem). Alguma vivência em cálculos numéricos com computador também é importante. Esses pré-requisitos são oferecidos no primeiro semestre de alguns cursos de pós-graduação em matemática aplicada do Brasil, por exemplo, na UNICAMP. Portanto, este seria um livro adequado para um curso de segundo semestre. No entanto, partes isoladas do livro podem ser utilizadas no começo de seminários ou minicursos mais ambiciosos, complementados com leituras e comentários da bibliografia.

Alguns capítulos do livro deixaram de ser escritos, mas o serão no futuro, aproveitando a estrutura “independentista” adotada. Por exemplo, falta um capítulo sobre métodos de “memória mínima” (tipo gradientes conjugados e outros mais recentes) para funções não quadráticas, outro onde se avalie seriamente o impacto dos pontos interiores em programação não linear, mais um sobre métodos sem derivadas, e seções sobre a convergência, detalhada, do método de Lagrangiano aumentado com restrições de canalização e sobre métodos homotópicos para sistemas não lineares. Escrever sobre minimização global também está nos nossos planos, a médio prazo. O número de exercícios apresentados é, por enquanto, escasso e pouco estruturado e a quantidade de figuras insuficiente: não há nenhuma. Por último, é necessário um capítulo especial sobre programas de computador disponíveis e sua relação com os métodos analisados teoricamente no corpo do livro.

Uma das maiores angústias de quem escreve um texto que supõe razoavelmente atualizado é seu prazo de validade. Nesse caso, os críticos mais exigentes são os próprios autores. Quantas seções do livro serão consideradas obsoletas daqui a um, ou dois anos, por nós mesmos? A impiedosidade com a qual eliminamos consideráveis porções de um rascunho de 1993-1994

na versão “Carnaval-1995” não autoriza um exagerado otimismo. Para facilitar o acesso a futuras atualizações, colocaremos o texto num arquivo disponível via “ftp”. Este procedimento, já adotado por autores de “surveys” em várias partes do mundo, parece o mais adequado para edições ágeis na era eletrônica.

Como sucede geralmente com textos cujos autores são pesquisadores da área, o número de referências aos nossos próprios trabalhos é bem maior que a importância relativa dos mesmos. Não se trata de uma presunçosa auto-avaliação, mas de uma limitação declarada: conhecemos os meandros do nosso pensamento bem melhor que os dos outros. A não-aparição em nossas citações em nada desmerece o crédito relativo a muitos trabalhos provavelmente relevantes.

Agradecemos aos colegas e estudantes que nos ajudaram a compor este trabalho. Aterrorizados pela possibilidade de esquecer alguém, gostaríamos de mencionar a Ana Friedlander, Lúcio Tunes dos Santos, Marcia Gomes-Ruggiero, Maria Aparecida Diniz-Ehrhardt, Antonio Carlos Moretti, Vera Lucia da Rocha Lopes, Rosana Pérez, Silvia Jamesch, Alberto Adami e Percy Rojas.

J. M. Martínez e S. A. Santos
Campinas, 27 de fevereiro de 1995