2a. Lista de Exercícios

MA-604 Topologia dos Espaços Métricos

(MM-204 Introdução à Topologia)

1. Dê exemplo de um conjunto limitado $X \subseteq \mathbb{R}$ tal que não existam x e y com $|x - y| = \text{diam}(X)$.

2. Sejam $f, g : M \to \mathbb{R}$ contínuas no ponto $a \in M$. Se $f(a) < g(a)$ então existe $\delta > 0$ tal que, para $x, y \in M$ satisfazendo $d(x, a) < \delta$ e $d(y, a) < \delta$ então $f(x) < g(y)$.

3. Sejam $f, g : M \to N$ contínuas no ponto $a \in M$. Se $f(a) \neq g(a)$ então existe uma bola aberta B de centro em a tal que $f(B) \bigcap g(B) = \emptyset$. Em particular, se $x \in B$ então $f(x) \neq g(x)$.

4. Sejam $f, g : M \to N$ contínuas. Dado $a \in M$, suponha que toda bola de centro a contenha um ponto x tal que $f(x) = g(x)$. Conclua que $f(a) = g(a)$

5. Seja $f : X \to \mathbb{R}$ contínua, definida num subconjunto $X \subset \mathbb{R}$. Suponha que $P = \{x \in X; f(x) > 0\}$ é limitado e não-vazio. Sejam $a = \inf P$ e $b = \sup P$. Prove que, se $a \in X$ e $b \in X$ então $f(a) \geq 0$ e $f(b) \geq 0$.

Exercícios Extras

1. Elon, Cap. 1 , S 1, no. 9 (álgebra linear).

2. Elon, Cap. 1 , S 1, no. 17.

3. Elon, Cap. 1 , S 1, no. 19.

4. Elon, Cap. 1 , S 2, no. 24.

5. Elon, Cap. 1 , S 3, no. 26.

6. Elon, Cap. 1 , S 5, no. 42.

7. Elon, Cap. 2 , S 1, no. 22.

8. Kaplansky, Cap.4, pag.82, no.6

Exercícios Especiais

1. Elon, Cap. 1 , S 4, no. 40 e 41.
2. Elon, Cap. 1 , S 5, no. 46 e 47.
3. Elon, Cap. 2 , S 2, no. 27 e 28.
4. Kaplansky, Cap 4, pag. 83, no. 9 e 10.