

MA502 Turma P 2S 2011 - Teste 3

Nome: _____ RA: _____ 10/11/2011

Escolha 5 questões (assinale quais) dentre as 6 questões abaixo.

1. Um conjunto compacto cujos pontos são todos isolados é finito. Dê exemplo de um conjunto fechado ilimitado X e um conjunto limitado não-fechado Y cujos pontos são todos isolados.
2. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x \operatorname{sen} x$. Prove que para todo $c \in \mathbb{R}$, existe uma sequência $x_n \in \mathbb{R}$ com $\lim x_n = +\infty$ e $\lim f(x_n) = c$.
3. Sejam $f, g : X \rightarrow \mathbb{R}$ contínuas no ponto $a \in X$. Prove que $\varphi(x) = \max\{f(x), g(x)\}$ e $\psi(x) = \min\{f(x), g(x)\}$ também são contínuas em a .
4. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ contínua. Prove que se $f(x) = 0$ para todo $x \in X$ então $f(x) = 0$ para todo $x \in \overline{X}$.
5. Prove que não existe uma função contínua $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ que assuma cada um dos seus valores $f(x)$, com $x \in [a, b]$ exatamente duas vezes.
6. Se toda função contínua $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ é uniformemente contínua, prove que o conjunto X é fechado, porém não necessariamente compacto.