MA502 Turma P 2S 2011 - Teste 2

Nome: ____ RA: __________ 29/09/2011

1. Sejam sequências (x_n) e (y_n) de números reais que satisfazem: para todo $\varepsilon > 0$ $\exists n_0$ tal que se $n > n_0$ então $|x_n - y_n| < \varepsilon$. Mostre que (x_n) é uma sequência de Cauchy se e somente se (y_n) também for de Cauchy.

2. Mostre um exemplo ou prove que é impossível:

   (a) Uma sequência limitada (x_n) tal que $\limsup x_n$ seja diferente do seu supremo $\sup\{x_n; n \in \mathbb{N}\}$.

   (b) Uma sequência limitada (y_n) tal que seu supremo $\sup\{y_n; n \in \mathbb{N}\}$ não seja ponto de aderência (limite de subsequência).

   (c) Sequências distintas (x_n) e (y_n) tais que $\limsup x_n = \limsup y_n$ e $\liminf x_n = \liminf y_n$ mas $x_n \neq y_n$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

3. Se (x_n) é uma sequência de Cauchy, mostre que $|x_n|$ também é de Cauchy. Vale a recíproca?