

MA502 Turma P 2S 2011 - Teste 1

Nome: _____ RA: _____ 30/08/2011

Escolha 4 questões para resolver (assinale quais) dentre as 6 questões abaixo.

1. Prove que existe $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ sobrejetiva tal que $g^{-1}(n)$ é infinito para cada $n \in \mathbb{N}$.
2. Sejam Y enumerável e $f : X \rightarrow Y$ sobrejetiva tal que, para cada $y \in Y$ temos que $f^{-1}(y)$ é enumerável. Prove que X é enumerável.
3. Seja X um conjunto enumerável e F um conjunto finito. Mostre que $X \cup F$ é enumerável.
4. Dada uma seqüência de conjuntos $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$, escreva como uniões e intersecções os seguintes conjuntos:
 - (a) A dado por elementos x tais que para todo $n \in \mathbb{N}$, existe pelo menos um $m > n$ com $x \in A_m$.
 - (b) B dado por elementos x tais que existe um $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que $x \in A_m$ para todo $m \geq n_0$.

Agora mostre que $B \subset A$.

5. Escreva a negação das seguintes expressões matemáticas:

- (a) $\forall \varepsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}; n \geq n_0 \implies |x_n - L| < \varepsilon.$
- (b) $\exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall \varepsilon > 0, n \geq n_0 \implies |x_n - L| < \varepsilon.$
- (c) $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0; |x - x_0| < \delta \implies |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon.$

6. Defina um corpo ordenado. Mostre que num corpo ordenado o quadrado x^2 de qualquer elemento $x \neq 0$ tem que ser positivo. Conclua que o elemento neutro da multiplicação 1 tem que ser positivo. Assim, se $(-1) = x^2$ para algum elemento x , então este corpo não pode ser ordenado. Conclua que o corpo dos complexos \mathbb{C} não pode ser um corpo ordenado.