

6a. Lista de Exercícios

MM456 Equações Diferenciais Ordinárias.
Maio de 2014

Teorema de Hartman-Grobman

1. Suponha que um homeomorfismo da forma $h = I + u$ com u limitado na norma de C_b^0 conjuga um difeomorfismo f com sua linearização $A := d_{x_0}f$ no ponto fixo x_0 de f em um aberto limitado U . Mostre que se uma matrix inversível B comuta com A , então $\tilde{h} = I + \tilde{u}$, com $\tilde{u}(x) = (B - I) + u(Bx)$ também conjuga localmente f e A e \tilde{u} também é limitado no aberto limitado U . Concluimos que a unicidade de h na forma $(I + u)$ garantida pelo Teorema de Hartman-Grobman (versão para difeomorfismos) só vale para conjugação global em domínio não-limitado.
2. Mostre que o conjunto de pontos fixos hiperbólicos de um difeomorfismo f é um conjunto discreto. Assim, se f for uma automorfismo de um espaço compacto, o conjunto de pontos fixos hiperbólicos é finito.
3. Compare as etapas principais do argumento que apresentamos para a demonstração do teorema de Hartman-Grobman com a demonstração do Perko, página 118.
4. Conclua a unicidade das subvariedades estáveis e instáveis de pontos fixos hiperbólicos do teorema da subvariedade estável usando o teorema de Hartman-Grobman.