

Prova 3-extra

Entrega Sexta Feira 16-12-22, no Classroom.

- (1) Defina um método das linhas de segunda ordem no espaço e de ordem um no tempo aplicado ao problema

$$\begin{cases} u_t = cu_{xx} - u, (x, t) \in]a, b[\times]t_0, +\infty[\\ u(a, t) = u_0 \\ u_x(b, t) = u'_1 \\ u(x, t_0) = \eta(x) \end{cases}$$

- (2) Provar se FTCS aplicado a (1) é estável (fortemente) se $k \leq \frac{1}{2c}h^2$. Porque esta condição não é útil se quiser aproximar a solução do problema com EDP

$$u_t = cu_{xx} + u, (x, t) \in]a, b[\times]t_0, +\infty[$$

para tempos grandes?

- (3) Provar que BTCS e Crank-Nicolson são sempre estáveis
- (4) Resolva numericamente este problema com $c = 1$, $a = 0$, $b = 1$, $t_0 = 0$, $u_0 = 0$, $u'_1 = -1$, $\eta(x) = -(x - 0.5)^2 + \frac{1}{4}$ com FTCS, BTCS, Crank-Nicolson no tempo $t = 2$. Usando um passo k e um passo h tal que o método seja estável e a solução seja próxima daquela exata a menos de $\epsilon = 10^{-3}$ na norma infinito.
Discutir as diferenças dos resultados e as dificuldades numéricas e computacionais encontradas em cada método implementado.