

Prova 2

Responde a pelo menos 4 das seguintes 6 questões.

- (1) Considere o problema de valor inicial

$$\begin{cases} u'(t) = \lambda u(t) + t^2, & t > 0 \\ u(0) = 2 \end{cases}$$

Provar que o método de Euler Explicito é estável somente se escolhe k tal que $|1 - 3k| \leq 1$ quando $\lambda = -3$.

O método de Euler explicito pode ser estável se $\lambda = 1$? Motive a sua resposta.

- (2) Considere o sistema

$$\begin{cases} u'_1 = -100u_1 + u_2 \\ u'_2 = -2u_2 + 100u_1 \\ u_1(0) = 10^4 \\ u_2(0) = 1 \end{cases}$$

Determine ou descreva uma estratégia matemática para chegar a solução do sistema $u_1(t), u_2(t)$, $t > 0$.

Descrever porque este sistema é stiff, e quais são as dificuldades numéricas no resolver ele.

- (3) Quando é preferível num problema stiff usar um método L-estável?

Provar que o método Backward Euler é L-estável.

- (4) Usando o método das linhas provar que o método FTCS de passo k no tempo e h no espaço aplicado ao problema

$$\begin{cases} u_t = 2u_{xx}, x \in [-1, 1], t > 0 \\ u(x, 0) = 1 \\ u(-1, t) = t + 1; u(1, t) = 2t + 1 \end{cases}$$

é estável se

$$\frac{k}{h^2} \leq \frac{1}{4}$$

- (5) Prove que o método FTCS não é estável para resolver o problema de advecção

$$\begin{cases} u_t + 3u_x = 0 \\ u(-1, t) = u(1, t) \\ u(x, 0) = |x| \end{cases}$$

Determine a condição de estabilidade do método de Upwind.

- (6) Apos definir quando um método numérico é dissipativo ou dispersivo no resolver o problema do item anterior. Demonstre que o método de Upwind é principalmente dissipativo.