MT403, Análise Numérica, A
MS612, Análise Numérica II,
Segundo Semestre de 2022, UNICAMP

Projeto 1

Entrega projeto até Terça Feira 11/10/2022.

(1) (Equação Elíptica) (Vale 10 pontos)
Uma placa retangular térmica é isolada no lado esquerdo e é fornecido calor no lado direito $u_x = 1$. Resolver usando um método de segunda ordem o problema elíptico em $[-1, 2] \times [0, 2]$

$$\begin{cases} -u_{xx} - u_{yy} + 2u_x + 2u_y + 2u = 4x & \\ u_x(-1, y) = 0 & y \in [0, 2] \\ u_x(2, y) = 1 & y \in [0, 2] \\ u(x, 0) = \frac{1}{6}(x + 1)^2 & x \in [-1, 2] \\ u(x, 2) = \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}x & x \in [-1, 2] \end{cases} \tag{1}$$

- Discute sobre a consistência, estabilidade e convergência do método.
- Escolhe um método eficiente ao nível computacional para resolver o sistema linear resultante do método.
- Fornecer uma tabela dos erros em norma 2 e norma infinito ao variar de h, mostrando que obtêm a segunda ordem de convergência.
- Visualizar os resultados obtidos através gráfico ao variar do h da temperatura u_h achada no domínio $[-1, 2] \times [0, 2]$.

(2) (Malha não uniforme) (Pergunta Bônus, vai ser adicionado +1 se responder corretamente)

Aproximar a solução do problema (1) em $[-1, 2] \times [0, 2]$ usando uma malha não uniforme a escolha, e formula de diferenças finitas de erro de truncamento de segunda ordem.

- Prove teoricamente que obtém pelo menos a primeira ordem de convergência,
- Visualizar os resultados numéricos ao variar de h e os gráficos da solução obtida, mostrando com eles que obtêm a primeira ordem de convergência.
- Verifique se consegue usar uma malha não uniforme que leva a ter uma segunda ordem de convergência do método.