MS211, Cálculo Numérico, Turma B
Segundo Semestre de 2019, UNICAMP

Prova 1

Pode usar a calculadora. Aproxime os resultados com até 4 dígitos significativos. Cada questão (1) . . . (4) **tem peso 25%.**

(1) Considere $f : [a, b] \to \mathbb{R}$

- Qual condições tem de satisfazer f para ter um único zero em $[a, b]$?
- Sabe se que o método da bisseção ao passo k obtêm uma aproximação x_k de uma raiz x^* a menos de um erro de $\frac{b-a}{2^k}$, ou seja $|x_k - x^*| < \dfrac{b-a}{2^k}$.
  Quantas iterações são necessária para ter um erro menor de 10^{-2}? Motive a sua resposta.
- Seja $f(x) = x^2 + x - 2$.
  Implementar dois passos de bisseção e falsa posição para procura do zero de f em $[-5, 0]$.
- Para uma f qualquer, em qual caso o método de falsa posição converge mais rapidamente da bisseção? Pode implementar graficamente os dois métodos para responder a este item.

(2) Resolver com a eliminação de Gauss com pivotamento parcial o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + 3y + 4z = -2 \\ 30x + 10z = 20 \end{cases}$$

Quando é preferível usar o pivotamento parcial respeito ao usar o método clássico de eliminação de Gauss? Motive a sua resposta.

(3) Escrever os algoritmos do método de Jacobi e de Gauss-Seidel.
Qual são as diferenças computacionais e de memória entre os dois métodos? Porque é esperável que o método de Gauss-Seidel converge mais rapidamente de Jacobi?

(4) Considere o sistema não linear em x e y

$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 1 \\ \dfrac{x^2}{2} - y^2 = 1 \end{cases}$$

- Quantas soluções tem este problema?
- Implementar um passo do método de Newton para achar uma solução do problema.