MS211, Cálculo Numérico, Turma B
Segundo Semestre de 2019, UNICAMP

Lista de Exercícios 4

Entrega dos quatro itens (três itens da questão 3 e toda a questão 5) marcados com (*) até Terça Feira 26/11/2019.
Os exercícios podem ser desenvolvidos em grupos de até três membros.

(1) Achar a aproximação do seguinte integral

$$-3\int_1^5 \sin(x)\cos(x)dx$$

usando formulas de quadratura

- Use os métodos de Retângulo a esquerda, Ponto médio, Trapézios e Simpson.
- Achar uma estimativa do erro da aproximação obtida em cada formula de integração que usou no ponto interior
- Compare os erros estimados com o erro real depois calcular o integral exatamente. Para achar o valor teórico do integral use que $\sin(2x) = \sin(x)\cos(x)$. Qual'e' o método mais acurado? Motive a sua resposta verificando se as estimativas dos erros anteriores poderiam ser uteis para achar a formula melhor.

(2) Verificar quais dos seguintes problemas são de valor inicial (PVI) , quais de valor ao contorno (PVC) e quais não admitem solução

$$\begin{cases} y''' = 5yy' - 3y^2 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 2 \\ y''(0) - 2y(0) = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} y''' = 2 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \\ y'(1) = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} y''' = 0 \\ y(0) = 1 \\ y''(0) = 2 \\ y''(1) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y' = 3xy + \sqrt{y} \\ y(2) = -1 \end{cases} \qquad \begin{cases} y' = 3xy + \sqrt{y} \\ y(2) = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2y'' + 3y - 4yx^2 = 7 \\ y(0) + y'(0) = 2 \\ y(1) - 2y'(1) = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y'' + 3y - 4yx^2 = 7 \\ y(0) + y'(0) = 2 \\ y(0) - 2y'(0) = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2y'' + 3y - 4yx^2 = 7 \\ y(0) + 2y'(0) = 2 \\ 2y(0) + 4y'(0) = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2y'' + 3y - 4yx^2 = 7 \\ y(0) + 2y'(0) = 2 \\ 2y(1) + 4y'(1) = -3 \end{cases}$$

(3) Resolver o seguinte problema de valor inicial

$$\begin{cases} y' + 2y = \cos(y+3) \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

- (*) Verificar se admite uma única solução em $[1,5]$
- (*) Se sim, achar o valor da solução $y(5)$ usando os seguintes métodos, escolhendo um passo qualquer
  - Euler progressivo
  - Euler regressivo
  - Crank-Nicolson
  - Método de Heun de segunda ordem
- Consegue estimar o erro feito nos métodos de Euler e de Crank-Nicolson? Use a formula dada na aula que $Erro \leq \frac{\text{ErroTruncamento}}{L \cdot h}(e^{L(x-x_0)} - 1)$
- (*) Prove numericamente (variando a dimensão do passo h) que os Métodos de Euler são de primeira ordem e que Crank-Nicolson e Heun são de segunda ordem.

(4) Achar uma aproximação da solução em $x = 10$ no seguinte problema usando um método a escolha

$$\begin{cases} y''' = 2y + y' - x \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = -2 \\ y''(0) = 3 \end{cases}$$

Estime o erro cometido com a sua aproximação.

(5) (*) Resolva usando um método numérico das diferenças finitas de segunda ordem o seguinte problema de valores do contorno

$$\begin{cases} y'' - 2y' + g(y) = 3 \\ y(-1) = 3 \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

- Achar uma aproximação da solução em $x = 0$ e $x = 1$ quando $g(y) = y$.
- Descreva um processo para mostrar numericamente que o método é de segunda ordem.
- Achar uma aproximação da solução em $x = 0$ e $x = 1$ quando $g(y) = y^2$.