MS211, Cálculo Numérico, Turma E
Primeiro Semestre 2017, IMECC-UNICAMP

Prova 2

(1) Foi medida a velocidade em metros/segundos de um carro numa rua em diferentes pontos distantes X metros após um sinal de limite de velocidade

X	1	2	4	5
f(X)	13.5	7.5	2	1

- Determine a equação da reta dos mínimos quadrados associada a estes valores.
- Qual é o valor esperado da velocidade do carro nos pontos $X = 0$ e $X = 6$?
- Responde as mesma pergunta anterior se usar como aproximante a curva exponencial $y(x) = a + e^{-bx}$.

(2) Interpolar a função $f(x) = x^2 + sin(x) + 1$ entre $[-1, 1]$ usando uma reta e uma parábola passante pelos pontos $-1, 0, 1$:

- Determinar a expressão dos polinômios interpolantes (de grau 1 e 2) na forma de Lagrange e de Newton.
- Qual é a expressão do erro $E_n(x)$ num ponto qualquer $x \in [-1, 1]$?
- Usar a seguinte estimativa do máximo erro de interpolação em $[-1, 1]$

$$\frac{\max\limits_{-1\le y\le 1} |f^{(n+1)}(y)|}{4(n+1)} h^{n+1}$$

(onde h é o espaçamento entre os $n+1$ nós utilizados) para determinar quantos nós de interpolação são necessários para ter um erro menor de 0.1 em cada ponto em $[-1, 1]$.

(3) Aproximar o integral $I(f)$ de $f(x) = x^2 + sin(x) + 1$ em $[-1, 1]$ usando como aproximante $I_h(f)$ dado por:

- Regra do retângulo a esquerda (RE)
- Regra do trapézio (TR)
- Regra de dois trapézios repetidos usando os três pontos $x_i = -1, 0, 1$ (TRR)

Determinar as formulas das regras em cima.
Qual dos métodos em cima dá logo a aproximação melhor de $I(f)$?
Motive a resposta usando a expressão dos erros de integração listados em baixo

$$f'(\xi)\frac{h^2}{2}\ (RE), \quad -f''(\xi)\frac{h^3}{12}\ (TR), \quad -(b-a)f''(\xi)\frac{\tilde{h}^2}{12}\ (TRR)$$

(4) Considere o seguinte problema diferencial

$$\begin{cases} y' = y + 2x \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

- Determinar uma aproximação de $y(1)$ com espaçamento $h = 0.5$ usando os métodos de Euler progressivo e de Heun (Euler aperfeiçoado).
- Como pode-se aproximar o valor de $y(1)$ usando o método implícito de Euler regressivo com a função $y = y(x)$ solução do seguinte problema diferencial?

$$\begin{cases} y' = y + \cos(x) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$