MS211, Cálculo Numérico, Turma C
Segundo Semestre 2018, IMECC-UNICAMP

Prova 2

(1) (Peso 3 pontos)

Considere os seguintes sinais Y de uma onda na posição X

X	-1	0	1	2
f(X)	2.5	1	-0.7	-0.8

- Determine a melhor parábola $p(x) = a + bx + cx^2$ que aproxima a onda baseando-se nos dados em cima. Usando este aproximante, qual é o valor que pode achar em 3?
- Responda a mesma pergunta anterior se usar como aproximante a melhor curva sinusoidal $s(x) = a\sin(x + b) + c$, que aproxime os valores da onda dados na tabela.

(2) (Peso 4 pontos)

Seja dada a função $f(x) = e^{-x} + sin(x)$

- Determine a expressão do polinômio p_2 interpolantes a f de grau 2, que aproxima com erro menor a função f no ponto $\frac{\pi}{2}$. Pode usar somente os valores de f nos pontos $0,\ 0.5,\ \frac{\pi}{3},\ 2\frac{\pi}{3},\ \pi$
- Qual é a expressão do erro de interpolação $E_2(x) = f(x) - p_2(x)$ num ponto qualquer $x \in [0, \pi]$? Verifique que o erro cometido no aproximar f no ponto $\frac{\pi}{2}$ é menor da estimativa $\max_{x\in[0,\pi]} \frac{f^3(x)}{12}(1.0472)^3$.
- Aproximar o integral de $f(x)$ em $[0, 5; \pi]$, usando uma formula com dois trapézios repetidos e aquela de Simpson. Qual formula é esperada ser mais acurada? Motive a sua resposta. Verificar que os erros cometidos em valor absoluto na aproximação podem ser estimados usando as formulas respetivamente $max_z|f''(z)|\frac{(pi-0.5)^3}{48}$ e $max_z|f^{(4)}(z)|\frac{(pi-0.5)^5}{2880}$.
  Para responder a este item pode são dadas as formulas do erros do trapézio $|E_h(f)| = |f''(\xi)|\frac{h^3}{12}$ e de Simpson $|E_h(f)| = |f^{(4)}(\xi)|\frac{h^5}{90}$ onde h é o espaçamento entre os pontos de quadratura utilizados nas formulas de integração.

(3) (Peso 3 pontos) Considere o seguinte problema diferencial

$$\begin{cases} 2y'' - 4y + 3xy = sinx \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = -1 \end{cases}$$

- Determinar uma aproximação de $y(1)$ com espaçamento $h = 0.5$ usando os métodos de Euler progressivo.

- Explicar graficamente como funciona o método de Euler progressivo, de Euler regressivo e de Crank Nicolson.
- Descrever uma estrategia numérica para aproximar $y(1)$ se o problema diferencial resulta ser

$$\begin{cases} 2y'' - 4y + 3xy = sinx \\ y(0) = 1 \\ y(2) = -2 \end{cases}$$