

## Prova 1

(1) (Peso 1 ponto)

Calcule a operação  $(x + y) * z$  na aritmética finita  $FP(10, 3, 1)$  utilizando arredondamento e os valores:  $x = 3,14$ ,  $y = 2,56610^{-3}$  e  $z = 100,2$ .

(2) (Peso 3 pontos)

(i) Demonstrar que o método iterativo genérico  $x_{k+1} = \varphi(x_k)$  usado para encontrar uma raiz  $x^*$  de  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  converge se  $x_0$  está no intervalo  $I$  tal que  $|\varphi'(x)| \leq M < 1, \forall x \in I$ .

Para facilitar a demonstração prove antes que  $|e^{(k+1)}| \leq M |e^{(k)}|$ , onde  $e^{(k)} = x_k - x^*$ .

(ii) Escrever o algoritmo do método da secante.

(iii) Descrever graficamente o método da secante quando aplicado no problema em encontrar a maior raiz de  $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$ , denotada por  $x^*$ . Implemente numericamente e graficamente dois passos deste método para aproximar a raiz  $x^*$ .

(3) (Peso 6 pontos)

(i) Implemente um passo de eliminação direta para resolver o sistema linear

$$\begin{cases} 4x_1 & -x_2 & +x_3 & = & 1 \\ -2x_1 & -10^3x_2 & -3x_3 & = & 0 \\ x_1 & +7x_2 & -5x_3 & = & -1 \end{cases} \quad (1)$$

utilizando as estratégias sem pivoteamento, com pivoteamento parcial e com pivoteamento completo. Explicar qual são as vantagens das estratégias de pivoteamento para resolver sistemas lineares.

(ii) Determine a matriz de iteração  $G_J$  do método iterativo de Jacobi associado ao sistema (1) acima. Implemente um passo do método de Jacobi partindo da iteração  $x^{(0)} = (1, 1, 1)^T$ . Podemos afirmar que o método iterativo de Jacobi converge? Motive a sua resposta.

(iii) Os autovalores da matriz de iteração de Jacobi  $G_J$  são aproximadamente  $\lambda_1 = -0,005 + 0,234i$ ,  $\lambda_2 = -0,005 - 0,234i$ ,  $\lambda_3 = 0,01$ . Aqueles da matriz de iteração de Gauss Seidel  $G_{GS}$  são aproximadamente  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = -0,0029$ ,  $\lambda_3 = -0,0511$ .

Usando os autovalores podemos afirmar que o método de Gauss-Seidel e de Jacobi convergem? Qual será o método mais rápido? Motive as suas respostas.