MS211 - Cálculo Numérico - Turma C - 2s/2018
Professor: Giuseppe Romanazzi

PROJETO I

Descrição: Resolva o problema abaixo utilizando os métodos numéricos apresentados em sala de aula. Deve ser confeccionado um relatório contendo a resolução do problema e as devidas observações. As implementações numéricas podem ser feitas em qualquer linguagem de baixo nível (Python, Matlab, C, C++, ...). Não deve ser usado linguagens de alto nível (Maple, Mathematica, Maxima), exceto para auxílio. Grupos contendo até 6 pessoas são permitidos.
Data limite para entrega: 25 de setembro de 2018

PROBLEMA DAS 4 BARRAS

Consideremos o sistema mecânico formado pelas quatro barras rígidas $\boldsymbol{a}_i$ ($i = 1, .., 4$) ilustrado na Figura 1. Para qualquer valor admissível do ângulo β, devemos determinar o valor do ângulo correspondente α formado pelas barras $\boldsymbol{a}_1$ e $\boldsymbol{a}_2$. Partindo da identidade vetorial

$$\boldsymbol{a}_1 - \boldsymbol{a}_2 - \boldsymbol{a}_3 - \boldsymbol{a}_4 = \boldsymbol{0}, \tag{1}$$

e observando que a barra $\boldsymbol{a}_1$ está sempre alinhada com o eixo x, podemos observar a seguinte relação entre os ângulos α e β:

$$\frac{l_1}{l_2}\cos(\beta) - \frac{l_1}{l_4}\cos(\alpha) - \cos(\beta - \alpha) = -\frac{l_1^2 + l_2^2 - l_3^2 + l_4^2}{2 l_2 l_4}, \tag{2}$$

sendo l_i o comprimento conhecido da i-ésima barra. Essa igualdade é denominada *equação de Freudenstein*, e pode-se escrever do seguinte modo: $f(\alpha) = 0$, onde

$$f(x) = \frac{l_1}{l_2}\cos(\beta) - \frac{l_1}{l_4}\cos(x) - \cos(\beta - x) + \frac{l_1^2 + l_2^2 - l_3^2 + l_4^2}{2 l_2 l_4}. \tag{3}$$

Somente para valores especiais de β é que existe uma expressão explícita da solução. Refira-se ainda que não existe solução para todos os valores de β, e que ela poderá não ser única. A fim de resolver esta equação para qualquer valor de β entre 0 e π devemos recorrer a métodos numéricos.

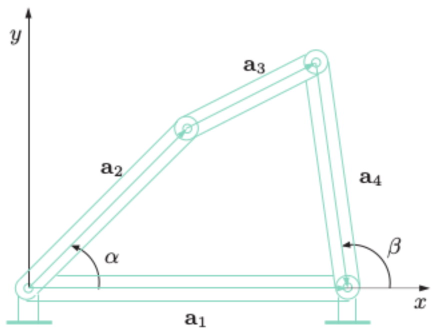

Figura 1: Sistema mecânico formado pelas 4 barras rígidas.

O problema:

1. Determine a equação (2) partindo da equação (1). Pode-se utilizar o mesmo procedimento de Freudenstein na sua tese [2, 3]: usar a relação $\boldsymbol{a}_3 \cdot \boldsymbol{a}_3 = l_3^2$, com o vetor $\boldsymbol{a}_3$ escrito como $B - A$, onde $A = (x_A, y_A)$ e $B = (x_B, y_B)$ são os extremos de $\boldsymbol{a}_3$ que é preciso determinar.

2. Aplique o método de Newton para resolver o problema acima descrito, com $\beta \in [0, 2\pi/3]$ e com uma tolerância de 10^{-5}. Suponha que os comprimentos das barras são $l_1 = 10cm$, $l_2 = 13cm$, $l_3 = 8cm$ e $l_4 = 10cm$. Escolhe dois valores de $\beta \in [0, 2\pi/3]$ e para cada valor de β considere dois possíveis dados iniciais, $x^{(0)} = -0.1$ e $x^{(0)} = 2\pi/3$.

Escrever um relatório sobre a resolução dos items 1-2. Comente os resultados obtidos da aplicação do método de Newton usando tabelas e/ou gráficos. Problema extraído de [1].

REFERÊNCIAS

[1] Quarteroni, A.; Saleri, F. Cálculo Científico com Matlab e Octave. Springer, 2007.

[2] Freudenstein, F., 1954, Design of Four-link Mechanisms, Ph. D. Thesis, Columbia University, USA.

[3] Freudenstein, F., 1955, Approximate Synthesis of Four-Bar Linkages, ASME Trans., 77(8), August, pp. 853–861.