

## Lista de Exercícios 5

- (1) Foi medida a profundidade máxima de um iceberg ao longo dos últimos quatro anos. A variável  $X$  indica o ano da medida  $f(X)$ . Os anos estão em ordem crescente, o ano 0 corresponde a medida efetuada quatro anos atrás e o ano 3 corresponde a medida feita no ano passado.

X	0	1	2	3
f(X)	10	8.7	7.1	4.0

Extrapole destes dados, uma aproximação da profundidade esperada neste ano, usando o ajuste com a reta dos mínimos quadrados.

- (2) Resolva o mesmo problema anterior utilizando uma parábola para os mínimos quadrados, ou seja o ajuste  $\varphi(x) = ax^2 + bx + c$ . Plote o gráfico da  $\varphi(x)$  e da reta dos mínimos quadrados. Determine graficamente qual dos dois métodos descreve melhor o fenômeno do degelo do iceberg.
- (3) Considere um problema linear do tipo  $Ax = b$  com  $A \in \mathbf{R}^{n \times m}$  com mais equações  $n$  que incógnitas  $m$ . É possível resolver o sistema das equações normais  $A^T A y = A^T b$  que determina a  $y$  que minimiza a soma dos quadrados das diferenças em norma  $\sum_{i=1, \dots, n} \|b_i - (Ax)_i\|^2$ . Provar que a  $y \in \mathbf{R}^m$  que minimiza esta soma é aquele que satisfaz as equações normais.
- (4) Encontre o ajuste contínuo quadrático  $\varphi(x) = ax^2 + bx + c$  da curva cúbica  $y = x^3 + 2x$  no intervalo  $[-1, 1]$
- (5) O volume do iceberg cúbico medido no problema (1) é representado na seguinte tabela:

X	0	1	2	3
f(X)	$10^3$	$(8.7)^3$	$(7.1)^3$	$(4.0)^3$

Determinar o ajuste não linear  $\varphi(x) = \alpha_0 + \alpha_1 e^{-\alpha_2 x}$  tal que  $\varphi(0) = f(0)$ . Depois, usando este ajuste, determine a aproximação do volume do iceberg neste ano.