

Exercícios 6

- (a) Foi medida a profundidade máxima de um iceberg ao longo dos últimos quatro anos ordenados em ordem crescente, o ano 0 corresponde a medida efetuada quatro anos atrás.

X	0	1	2	3
f(X)	10	8.7	7.1	4.0

Extrapole destes dados uma aproximação da profundidade esperada neste ano, usando o ajuste com a reta dos mínimos quadrados.

- (b) Resolva o mesmo problema no ponto anterior usando a parábola dos mínimos quadrados, ou seja o ajuste $\varphi(x) = ax^2 + bx + c$. Desenhe o gráfico da $\varphi(x)$ e da reta dos mínimos quadrados, e determina graficamente qual dos dois métodos descreve melhor o fenômeno do degelo do iceberg.
- (c) Para resolver um problema linear do tipo $Ax = b$ com $A \in \mathbf{R}^{n \times m}$ com mais equações n que incógnitas m . É possível resolver o sistema das equações normais $A^T A y = A^T b$ que determina a y que minimiza a soma dos quadrados das diferenças em norma $\sum_{i=1, \dots, n} \|b_i - (Ax)_i\|^2$. Provar que a $y \in \mathbf{R}^m$ que minimiza esta soma é aquele que satisfaz as equações normais.
- (d) Encontre o ajuste contínuo quadrático $\varphi(x) = ax^2 + bx + c$ da curva cúbica $y = x^3 + 2x$ no intervalo $[-1, 1]$
- (e) O volume do iceberg cúbico medido no problema do primeiro item é representado na seguinte tabela

X	0	1	2	3
f(X)	10^3	$(8.7)^3$	$(7.1)^3$	$(4.0)^3$

Usar o ajuste não linear $\varphi(x) = \alpha_0 + \alpha_1 e^{-\alpha_2 x}$ tal que $\varphi(0) = f(0)$.