MS211, Cálculo Numérico, Turma E
Primeiro Semestre 2017, IMECC-UNICAMP

Exercícios 2

(a) Calcular os erros absoluto $E = fl(x_1 - x_2) - (x_1 - x_2)$ e o erro relativo $e = E/(x_1 - x_2)$ dos seguintes pares de números na aritmética finita $FP(10, 4, 2, A)$

- $x_1 = 10, x_2 = 9$
- $x_1 = 0.1, x_2 = 0.111$
- $x_1 = 0.67894e - 3, x_2 = 0.67896e - 3$

Comente os resultados. Onde aparece a diferença maior entre o erro absoluto e o erro relativo? Porque?

(b) Considere a soma de três reais $x + y + z$. Determine majorantes do erro absoluto $|E| = |fl(x + y + z) - (x + y + z)|$ e do erro relativo $|e| = |E|/|x + y + z|$.

(c) Um algoritmo ou um procedimento(método) numérico diz-se estável (ou bem condicionado) quando pequenas perturbações nos dados de entrada levam a pequenas perturbações nos dados de output. Qualquer algoritmo tem de tratar dados perturbados como são aqueles representados na aritmética finita da maquina. Então sempre temos de apurar se o algoritmo seja estável.

Considere os seguintes dois algoritmos que determinam os zeros do polinômio $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$, $x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$ de segundo grau $p(x) = x^2 + bx + c$

• Computa $4 * c$ • Computa b^2 • Computa $b^2 - 4 * c$ • Computa $z = \sqrt{b^2 - 4c}$ • Computa $w_1 = -b + z,\ w_2 = -b - z$ • Computa $x_1 = w_1/2$, $x_2 = w_2/2$	• Computa x_1 como nos passos do outro algoritmo • Computa $x_2 = c/x_1$

Qual é o algoritmo mas estável?
Responda considerando os polinômios do tipo $x^2 + bx + c = 0$ com $b < 0$ com $|b|$ muito maior de c (i.e. $x^2 - 200 + 1 = 0$)

(d) Considere os seguintes métodos ($D_h(u(x))$) de diferenças finitas usados para aproximar a derivada primeira $u'(x)$ no ponto x

- $\dfrac{u(x+h)-u(x-h)}{2h}$
- $\dfrac{u(x+2h)-u(x+h)}{h}$
- $\dfrac{u(x+2h)-u(x-2h)}{4h}$

Utilizando a expansão de Taylor determine a expressão do erro $D_h - u'$. Verificar se o erro é um infinitésimo em h, ou seja se o erro converge a zero para h que vai a zero. Neste caso determine a ordem do método.

(e) Usando o método dos coeficientes indeterminados, determine a formula com ordem máximo para aproximar a derivada primeira $u'(x)$ do tipo:
$D_h = c_1u(x-h) + c_2u(x) + c_3u(x+h)$