



MS519 - PROVA 01  
PROF. CHRISTIAN RODRIGUES  
25 de abril de 2019



Nome: \_\_\_\_\_

RA: \_\_\_\_\_

Questões	Notas
Q1	
Q2	
Q3	

- Desligue o celular.
- NÃO retire o grampo da prova nem destaque páginas da prova.
- Respostas sem justificativas NÃO serão consideradas.

**Justifique suas respostas!**

**Q1. (3 pontos)** Considere a equação diferencial  $x' = F(t, x)$ , com  $\gamma(t_0) = x_0$ . Sem resolvê-la, analise e justifique a existência e unicidade de soluções para cada um dos casos em seus respectivos domínios:

a)  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $F(t, x) = x^{2/3}$ , para  $|x| < 10$ .

b)  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $F(t, x) = \left(\frac{x^2+1}{x}\right)t$ , para  $(t, x) \in [0, 1] \times [1, 2]$ .

**Q2. (4 pontos)** Considere a equação diferencial:

$$\begin{cases} x'' = -g \operatorname{sen}(x) \\ x'(t_0) = v_0 \\ x(t_0) = x_0 \end{cases}$$

e denote  $\varphi_{t_0, x_0, v_0, g}$  sua solução maximal.

- a) Mostre que:  $(t, t_0, x_0, v_0, g) \mapsto \varphi_{t_0, x_0, v_0, g}(t)$  é  $C^\infty$  em  $\mathbb{R}^5$ .
- b) Seja  $D$  o conjunto de  $(t, g)$ , tal que  $t$  pertença ao domínio da solução maximal  $\varphi_g$ . Dado  $g_0 \in D$ , mostre que:

$$\varphi(t, t_0, x_0, g) = \varphi(t, t_0, x_0, g_0) + \partial_g \varphi(t, t_0, x_0, g_0)(g - g_0) + \rho(g - g_0),$$

onde  $\rho(g - g_0)$  tende a zero uniformemente quando  $g \rightarrow g_0$  em subconjuntos compactos de  $D$  contendo  $g_0$ .

**Q3. (3 pontos)** Considere a equação diferencial  $\mathbf{x}' = F(\mathbf{x})$ , definida por  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ , que em coordenadas polares pode ser descrita por:

$$\begin{cases} r' = r(1 - r^2) \\ \theta' = 1. \end{cases}$$

- a) Esboce o retrato de fase.
- b) Qual o domínio da solução maximal para  $(x, y) \in \overline{B_1}(0, 0)$ , onde  $B_1(0, 0)$  é a bola unitária centrada em  $(0, 0)$ ?

## Rascunho

## Rascunho

## Rascunho