Topologia Geral - Prova 1

1 Sem 2016 - Prof. Régis Varão

Nome completo:

Graduação e/ou Pós-graduação:

RA:

A sua nota depende da clareza e organização na exposição dos argumentos. Use o rascunho ao final da prova se necessário.

Nota:

Questão 1 (3 pts):

Questão 2 (2,5 pts):

Questão 3 (2,5 pts):

Questão 4 (2 pts):

Total:

Questão 1 (3 pts)**.** Responda verdadeiro ou falso justificando a resposta.

- Seja X um espaço métrico com distância d, considere a topologia em X induzida pela distância d. Então $\overline{\{x \in X : d(x, x_0) < 1\}} = \{x \in X : d(x, x_0) \leq 1\}$.

- Se X é Hausdorff e Y não é Hausdorff, então $X \times Y$ não é Hausdorff com a topologia produto.

- A aplicação $\pi : \{0,1\}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}$ dada por $\pi(\alpha_0, \alpha_1, \ldots) = \displaystyle\sum_{i=0}^{\infty} \frac{\alpha_i}{2^{i+1}}$ não é contínua.

Questão 2 (2,5 pts)**.** Prove que X é Hausdorff se, e somente se, a diagonal $\Delta := \{x \times x : x \in X\}$ é fechada na topologia produto $X \times X$.

Questão 3 (2,5 pts)**.** Seja X subespaço de Y. Prove que se X é compacto e Y Hausdorff, então X é fechado.

Questão 4 (2 pts)**.** Seja $\mathcal{B} := \{(a, b] : a, b \in \mathbb{R}, a < b\}$. Prove que

- $\mathcal{B}$ é base para uma topologia de $\mathbb{R}$;
- prove que a topologia gerada por $\mathcal{B}$ é mais fina que a topologia usual de $\mathbb{R}$;

Rascunho