

Lista para quem está perdido(a)
MA 502 - 2 Sem 2019
Prof. Régis Varão

Essa lista é para quem está perdido no curso. Mas **essa lista não é o mínimo** que você tem que saber, mas como para ir longe você tem que dar um primeiro passo ...

Exercício 0.1. Prove que

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

OBS: Em geral quando a gente quer provar alguma coisa para todo natural a prova será por indução.

Exercício 0.2. Seja I um subconjunto finito de \mathbb{N} , prove que existe uma bijeção entre $\mathbb{N} \setminus I$ e \mathbb{N} .

Exercício 0.3. O que é um conjunto enumerável? Prove que o conjunto

$$\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$$

não é enumerável.

Exercício 0.4. Para os itens a seguir decida se é Verdadeiro ou Falso. **Atenção:** Não basta dizer que é verdadeiro ou falso. Se for verdadeiro você tem que provar que é verdadeiro, se for falso você tem que dar um contra-exemplo.

- O subconjunto $[0, 1] \subset \mathbb{R}$ tem 0 como mínimo e 1 como supremo;
- O subconjunto $[0, 1) \cup (110, 111) \subset \mathbb{R}$ tem 0 como mínimo e 111 como supremo;

Exercício 0.5. Defina o supremo de um conjunto (o conjunto é um subconjunto dos reais).

OBS: Se você fez o Exercício 0.4 e ficou confuso sobre como resolver o exercício 0.5 acima faça uma reflexão. Importante: não estou criticando, estou sugerindo que você aprender a aprender e para isso é importante ver de que forma estamos “errando” :)

Exercício 0.6. Se você tivesse crescido na floresta e decidiu que iria dar um sentido à “a sequência a_n converge a a ”, como você definiria isso? Esquece o livro por enquanto, pense sozinho, veja se faz sentido, se você daria um contra-exemplo etc.

Dada a sua definição, você acha que ela é melhor ou pior que a do “livro” ou a que é dada em sala?

Exercício 0.7. Prove que se

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n+1} = a$$

então

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$$

OBS: Não foi pedido explicitamente no exercício, mas você tem que provar usando a definição. Mais do que repetir epsilons, deltas tenha certeza que você se convenceu da prova.

Exercício 0.8. Mais um exercício de Verdadeiro ou Falso.

- Se $\lim a_n = a$, então $\lim 2a_n = 2a$;
- Se (a_n) é uma sequência divergente e (b_n) é convergente, então a sequência $(a_n b_n)$ é divergente;
- Se (a_n) tende a infinito (b_n) é divergente, então a sequência $(a_n b_n)$ é divergente;
- Se $\sum a_n$ é divergente, $a_n \geq 0$, então $\sum a_n = \infty$