

Lista 6

Exercício 1. Seja X um campo de vetores na esfera S^2 tal que X tem apenas uma singularidade. Prove que o omega limite e alfa limite de todo ponto é esta singularidade.

Exercício 2. Verdadeiro ou Falso

Seja X um campo de vetores suave em \mathbb{R}^n e p uma singularidade hiperbólico para o campo X tal que $DX(p)$ possui um auto valor com parte real positiva

- a) p é Liapunov instável;
- b) $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\phi(t, p)\| = \infty$ (onde $\phi(t, p)$ é a curva do campo que em zero passa por p).

Exercício 3. Seja X um campo em \mathbb{R}^n dado por $X = -\nabla V(x)$ onde $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função suave. (∇ denota o gradiente).

- $V'(x) \leq 0$ e $V'(x) = 0$ se, e somente se, x é uma singularidade.
- se x_0 é um mínimo isolado de V , então x_0 é uma singularidade estável de $-\nabla V$;
- o campo X não possui trajetórias periódicas não singulares.
- Se V for uma função suave em uma variedade é possível definir o gradiente? E nesse caso valeria também o mesmo resultado?