Lista 6

Exercício 1. Seja X um campo de vetores na esfera S^2 tal que X tem apenas uma singularidade. Prove que o omega limite e alfa limite de todo ponto é esta singularidade.

Exercício 2. Verdadeiro ou Falso

Seja X um campo de vetores suave em $\mathbb{R}^n$ e p uma singularidade hiperbólico para o campo X tal que $DX(p)$ possui um auto valor com parte real estritamente positiva

a) p é Liapunov instável;

b) existe uma vizinhança U de p tal que se $q \in U \backslash \{p\}$, então $\lim_{t\to\infty} ||\phi(t,q)|| = \infty$ (onde $\phi(t,p)$ é a curva do campo que em zero passa por p).

c) Suponha que p é singularidade hiperbólica tal que todo autovalor tem parte real estritamente positiva. Então existe vizinhança U de p tal que se $q \in U \backslash \{p\}$, implica que $\lim_{t\to\infty} ||\phi(t,q)|| = \infty$.

Exercício 3. Seja X um campo em $\mathbb{R}^n$ dado por $X = -\nabla V(x)$ onde $V : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ é uma função suave. (∇ denota o gradiente).

a) $V'(x) \leq 0$ e $V'(x) = 0$ se, e somente se, x é uma singularidade.

b) se x_0 é um mínimo isolado de V, então x_0 é uma singularidade estável de $-\nabla V$;

c) o campo X não possui trajetórias periódicas não singulares.

d) Se V for uma função suave em uma variedade é possível definir o gradiente? E nesse caso valeria também o mesmo resultado?