Lista 1 - EDO

Exercício 1. Faça exercícios dos livros de EDO! (É sério, não se deixe enganar por listas de exercícios). Discuta exercícios com seus amigos, se você não discutir a matéria com seus amigos você já errou esse primeiro exercício.

Exercício 2. Enuncie um teorema de existência e unicidade de EDOs. Enuncie também o teorema com menos hipótese que garante a existência.

Exercício 3. Dê exemplos de EDOs que tenham existência e unicidade (exiba as soluções) e dê um exemplo em que a EDO não tenha unicidade de solução.

Exercício 4. Coloque a EDO $x'' + 2tx' + 4 = 0$ no formato $y' = f(y, t)$

Exercício 5. A seguir determine se os itens são verdadeiros ou falsos. Para isso considere o sistema $x' = A(t)x$ onde $t \in I$ (I é um intervalo ,ou seja um conexo não degenerado) e $A(t)$ é uma matriz $n \times n$ e varia continuamente com t.

- Como $A(t)$ é apenas contínua, então a EDO tem existência, mas não unicidade de solução.
- Se $I = [a, b]$, então as soluções da EDO estão definidas para todo $t \in I$;
- Se $I = (-\infty, \infty)$ e $\lim_{t\to\infty} |A(t)| = \infty$, então as soluções da EDO não estão definidas para todo tempo.

Exercício 6. Seja $x' = f(x)$ uma EDO com unicidade de solução. Denote $\phi(t, x_0)$ denotando a solução tal que $\phi(0, x_0) = x_0$. Prove que $\phi(t + s, x) = \phi(t, \phi(s, x))$. Interprete geometricamente essa relação.

Exercício 7. Verdadeiro ou Falso

- Seja $x' = f(x)$ (f de classe C^1 em $\mathbb{R}^n$), se ψ e ϕ são soluções tais que para algum tempo t_0 tem-se $\psi(t_0) = \phi(t_0)$, então $\phi(t) = \psi(t)$ para todo t (em que estão definidas).