

# Álgebra Linear - Lista 1

1. Determine se cada equação é linear nas variáveis  $x$  e  $y$ .

(a)  $2x - 3y = 4$

(d)  $x^2 + y^2 = 4$

(b)  $3x - 4xy = 0$

(e)  $2 \operatorname{sen} x - y = 14$

(c)  $\frac{3}{y} + \frac{2}{x} - 1 = 0$

(f)  $(\cos 3)x + y = -16$

2. Encontre a representação paramétrica do conjunto solução de cada equação linear.

(a)  $2x - 4y = 0$

(c)  $x + y + z = 1$

(b)  $8x - \frac{1}{2}y = 9$

(d)  $12x_1 + 24x_2 - 36x_3 = 12$

3. Desenhe cada sistema de equações lineares, resolva e interprete sua solução.

(a) 
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

(c) 
$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 5x - y = 11 \end{cases}$$

(b) 
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 1 \\ -2x + \frac{4}{3}y = -4 \end{cases}$$

(d) 
$$\begin{cases} -x + y = 1 \\ 3x - 3y = 4 \end{cases}$$

4. Resolva cada um dos sistemas.

(a) 
$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 2 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

(c) 
$$\begin{cases} x - y - z = 0 \\ 2y + z = 3 \\ \frac{1}{2}z = 0 \end{cases}$$

(b) 
$$\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + 2y - z = 6 \\ 2x - z = 5 \end{cases}$$

(d) 
$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ -x + 3y + 2z = 8 \\ 4x + y = 4 \end{cases}$$

5. Determine o(s) valor(es) de  $k$  para que os seguintes sistemas tenham o número de soluções indicadas.

(a) Sem solução.

$$\begin{cases} x + ky = 2 \\ kx + y = 4 \end{cases}$$

(b) Uma solução.

$$\begin{cases} x + ky = 0 \\ kx + y = 0 \end{cases}$$

6. Resolva os sistemas lineares homogêneos cuja matriz dos coeficientes é dada por:

(a) 
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(b) 
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(c) 
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

7. Encontre o conjunto solução do sistema de equações lineares representados por cada matriz aumentada.

$$(a) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(c) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(d) \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

8. Considere a matriz  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -4 & 2 & k \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix}$  e suponha que  $A$  é a matriz dos coeficientes de um sistema de equações lineares homogêneo.

(a) Determine o número de equações e de variáveis do sistema.

(b) Encontre os valores de  $k$  para que o sistema seja consistente.

9. Considere a matriz  $B = \begin{bmatrix} 1 & k & 2 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$  e suponha que  $B$  é a matriz aumentada de um sistema de equações lineares.

(a) Determine o número de equações e de variáveis do sistema.

(b) Encontre os valores de  $k$  para que o sistema seja consistente.

10. Descreva todas as possíveis matrizes  $2 \times 2$  escalonadas reduzidas.

11. Descreva todas as possíveis matrizes  $3 \times 3$  escalonadas reduzidas.

12. Determine condições em  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  para que a matriz  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  seja equivalente à:

$$(a) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

13. Mostre que se  $ax^2 + bx + c = 0$  para todo  $x$ , então  $a = b = c = 0$ .

14. Considere o sistema de equações em  $x$  e  $y$

$$\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f. \end{cases}$$

Sobre quais condições o sistema terá exatamente uma solução.