

## 1 Alguns exercícios

**Exercício 1.1.** Prove que para todo  $n \in \mathbb{N}$  vale

$$2 + \dots + 2n = n(n + 1)$$

**Exercício 1.2.** Prove que para todo  $n \in \mathbb{N}$  vale

$$1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1 = n^2$$

**Exercício 1.3.** Qual a quantidade de divisores positivos de 1800

**Exercício 1.4.** De quantas formas podemos escolher dois inteiros de 1 a 20 de forma que a soma seja ímpar?

**Exercício 1.5.** De quantos modos duas pessoas podem se sentar em cinco cadeiras que estão em fila?

**Exercício 1.6.** Considere 2, 3, 4, 5, 7, 9. Supondo que a repetição de dígitos não seja permitida, responda:

- quantos números de três dígitos podem ser formados?
- dos números do primeiro item, quantos são pares?
- dos números do primeiro item, quantos são divisíveis por 5?
- dos números do primeiro item, quantos são menores que 400?

**Exercício 1.7.** 9 pessoas vão jogar um jogo, mas é preciso formar dois grupos um com cinco pessoas e outro com quatro pessoas. De quantas formas elas podem fazer isso?

**Exercício 1.8.** Prove que  $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$ .

**Exercício 1.9.** Você possui 10 amigos, de quantas maneiras você pode escolher dois ou mais amigos para sair com você?

**Exercício 1.10.** Em uma reunião houveram 66 apertos de mãos, quantos estavam presentes?

**Exercício 1.11.** Quantas diagonais possui um polígono regular de  $n$  lados?

**Exercício 1.12.** Prove que o número de soluções em inteiros positivos da equação

$$x_1 + x_2 + \dots + x_r = m$$

com  $m > 0$  é  $C_{m-1}^{r-1}$

**Exercício 1.13.** No exercício acima, qual o número de soluções se considerarmos também inteiros não-negativos?

**Exercício 1.14.** Encontre o número de soluções em inteiros não negativos de  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 18$  tal que exatamente duas incógnitas são nulas.

**Exercício 1.15.** De quantas maneiras podemos distribuir 30 laranjas para 4 crianças de modo que cada uma receba pelo menos 2 laranjas?

**Exercício 1.16.** Quantas são as soluções inteiras não-negativas de  $x + y + z + w = 16$  nas quais  $x < y$ ?

**Exercício 1.17.** De quantas maneiras 7 pessoas podem sentar-se em torno de uma mesa circular, sendo que 2 determinadas pessoas não devem sentar juntas?

**Exercício 1.18.** Numas escola de arte 43 alunos estão matriculados em cerâmica, 57 em pintura, 29 em escultura, 10 em cerâmica e pintura, 5 em pintura e escultura, 5 em cerâmica e escultura e 2 nos três cursos. Quantos alunos fazem ao menos um curso nesta escola?

**Exercício 1.19.** Entre os números inteiros entre 1 e 1.000.000 inclusive, quantos não são divisíveis por 2, 3, 5, 6?

**Exercício 1.20.** Dados  $a_1, a_2, \dots, a_n$  qual o número de permutações caóticas?

**Exercício 1.21.** Enuncie o Teorema binomial.

**Exercício 1.22.** Utilize o Teorema binomial para calcular quantas maneiras diferentes podemos escolher 12 latas de cerveja se existem 5 marcas diferentes.