



MA111 - QUARTA PROVA  
13/07/2016, CURSÃO



**Compromisso ético:**

Afirmo que fiz essa prova sozinho, com meus conhecimentos previamente adquiridos, e por isso faço jus à nota que me for aferida.

RA	Nome
----	------

Questão	Nota máxima	Nota obtida
1	2,0	
2	2,0	
3	2,0	
4	4,5	
Nota final	10,5	

### INSTRUÇÕES

**POR FAVOR, DESLIGUE O CELULAR!**

**É PROIBIDO O USO DE CALCULADORA!**

Justifique claramente as respostas. Podem ser usados todos os conceitos já discutidos no curso. Conceitos adicionais, se forem utilizados, devem ser introduzidos.

Resolva cada questão/item na folha onde ele está enunciado – há uma folha de rascunho no fim.

1. (2 pontos) Resolva as seguintes integrais:

(a)  $\int_0^{\pi} e^{-2x} \cos x \, dx,$

(b)  $\int \frac{2x^2 + x - 2}{(x^2 + 1)(x - 4)} \, dx.$

2. (2 pontos)

- (a) Se  $f$  é contínua em  $[a, b]$ , com  $f(x) \geq 0$  para todo  $x \in [a, b]$  e  $\int_a^b f = 0$ , prove que  $f(x) = 0$  para todo  $x \in [a, b]$ ;
- (b) É possível retirar a hipótese de continuidade? Prove ou dê um contra-exemplo.

3. (2 pontos) Calcule os seguintes limites

(a)  $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b \exp(-\exp x) \exp x \, dx;$

(b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x^2} \int_0^x e^{t^2} \, dt.$

4. (4,5 pontos) Classifique os itens a seguir em Verdadeiro ou Falso.

Demonstre, se for verdadeiro, exiba um contra-exemplo, se for falso.

(a) Se  $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$  para todo  $x \in [a, b]$  e existem  $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow c} h(x)$ , com  $c \in (a, b)$ , então existe  $\lim_{x \rightarrow c} g(x)$ .

(b) Se  $f$  é uma função integrável em  $[a, b]$  e  $F(x) = \int_a^x f$ , então  $F'(c) = f(c)$  para todo  $c \in (a, b)$ .

(c) Se  $f$  é uma função crescente, contínua e positiva, então

$$\int_a^b f^{-1} + \int_{f^{-1}(a)}^{f^{-1}(b)} f = bf^{-1}(b) - af^{-1}(a).$$

Rascunho