

Lista 4 - Ma 044 (22/04/15)  
 Prof. Régis Varão - IMECC  
 www.ime.unicamp.br/~regisvarao

**Exercício 0.1.** Sejam  $C_0$  e  $C$  círculos descritos por  $z = z_0 + Re^{i\theta}$  ( $-\pi \leq \pi$ ) e  $z = Re^{i\theta}$  ( $-\pi \leq \pi$ ). Mostre Que

- $\int_{C_0} f(z - z_0)dz = \int_C f(z)dz$ ; com  $f$  contínua em  $C$ .
- prove que  $\int_{C_0} \frac{dz}{z - z_0} = 2\pi i$  usando o item acima.

**Exercício 0.2.** Seja  $C$  o arco de círculo  $|z| = 2$  de  $z = 2$  a  $z = 2i$ , mostre que

$$\left| \int_C \frac{dz}{z^2 - 1} \right| \leq \frac{\pi}{3}$$

**Exercício 0.3.** Seja  $C$  o segmento de reta de  $z = i$  a  $z = 1$ , mostre que

$$\left| \frac{dz}{z^4} \right| \leq 4\sqrt{2}$$

**Exercício 0.4.** Calcule as integrais

- $\int_C e^{\pi z} dz = \frac{a+i}{\pi}$  onde  $C$  é um contorno qualquer que liga  $i$  a  $i/2$ .
- $\int_C \cos\left(\frac{z}{2}\right) dz = e + (1/e)$  onde  $C$  é um caminho qualquer que liga  $0$  a  $\pi + 2i$

**Exercício 0.5.** Calcule  $\int_C f(z)dz$  onde  $C$  é o círculo de raio um orientado positivamente:

- $f(z) = \frac{z^2}{z-3}$ ;
- $f(z) = ze^{-z}$ ;
- $f(z) = \text{Log}(z + 2)$ .

**Exercício 0.6.** Seja  $C$  o contorno formado pelo quadrado orientado positivamente cujos lados estão contidos nas retas  $x = \pm 2$  e  $y = \pm 2$ . Calcule

- $\int_C \frac{e^{-z} dz}{z - (\pi i/2)}$ ;
- $\int_C \frac{\cos z}{z(z^2+8)} dz = \pi i/4$ ;
- $\int_C \frac{z dz}{2z+1}$ .

**Exercício 0.7.** Calcule o valor da integral de  $g(z)$  no círculo descrito por  $|z - i| = 2$  positivamente orientado para quando

- $g(z) = \frac{1}{z^2+4}$ ;
- $g(z) = \frac{1}{(z^2+4)^2}$ .