

Lista 3 - Ma 044 (26/03/15)  
Prof. Régis Varão - IMECC  
www.ime.unicamp.br/~regisvarao

**Exercício 0.1.** Mostra que a função  $f(z) = \exp(\bar{z})$  não possui derivada em nenhum ponto.

**Exercício 0.2.** Encontre todos os valores de  $z$  tais que

- $e^z = -2$ ;
- $e^z = 1 + i\sqrt{3}$ ;
- $\exp(2z - 1) = 1$ .

**Exercício 0.3.** Determine  $\log(e)$  e  $\log(i)$ .

**Exercício 0.4.** Lembrando que  $\text{Log}$  é o ramo principal do logaritmo calcule  $\text{Log}(-ei)$  e  $\text{Log}(1 - i)$ .

**Exercício 0.5.** Mostre que:

- $\text{Log}(1 + i)^2 = 2\text{Log}(1 + i)$ ;
- $\text{Log}(-1 + i)^2 \neq 2\text{Log}(-1 + i)$ ;

**Exercício 0.6.** Calcule  $(1 + i)^i$  e  $(-1)^{\frac{1}{\pi}}$ .

**Exercício 0.7.** Mostre que o valor principal de:

- $i^i$  é  $\exp(-\pi/2)$ ;
- $(1 - i)^{4i}$  é  $e^{\pi(\cos(2\ln 2) + i\sin(2\ln 2))}$ .

**Exercício 0.8.** Mostre que:

- $\int_1^2 (t^{-1} - i)^2 dt = -1/2 - i \ln(4)$ ;
- $\int_0^{\pi/6} e^{i2t} dt = (\sqrt{3} + i)/4$ ;
- $\int_0^\infty e^{-zt} dt = 1/z$ , supondo  $\text{Re}(z) > 0$ .

**Exercício 0.9.** Nos exercícios abaixo calcule

$$\int_C f(z) dz$$

- $f(z) = (z + 2)/z$  e  $C$  o semicírculo descrito por  $z = 2e^{i\theta}$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ );  
Resposta:  $-4 + 2\pi i$
- $f(z) = (z + 2)/z$  e  $C$  o semicírculo descrito por  $z = 2e^{i\theta}$  ( $\pi \leq \theta \leq 2\pi$ );  
Resposta:  $4 + 2\pi i$ .
- $f(z) = (z + 2)/z$  e  $C$  o círculo descrito por  $z = 2e^{i\theta}$  ( $0 \leq \theta \leq 2\pi$ );  
Resposta:  $4\pi i$ .
- $f(z) = z - 1$  e  $C$  o semicírculo descrito por  $z = 1 + e^{i\theta}$  ( $\pi \leq \theta \leq 2\pi$ );  
Resposta: 0.
- $f(z) = z - 1$  e  $C$  o segmento no eixo real descrito por  $z = x$  ( $0 \leq x \leq 2$ );  
Resposta: 0.