

Lista 1 - Ma044
Prof. Régis Varão - IMECC
www.ime.unicamp.br/~regisvarao

Exercício 0.1. Verifique que $z = 1 \pm i$ satisfazem $z^2 - 2z + 2 = 0$

Exercício 0.2. Encontre os dois números complexos que satisfazem: $z^2 + z + 1 = 0$

Exercício 0.3. Simplifique as frações

- $\frac{1+2i}{3-4i}$;
- $\frac{-1+3i}{2-i}$;
- $\frac{5i}{(1-i)(2-i)(3-i)}$;
- $\frac{2+\sqrt{3}i}{\pi+e^3i}$.

Exercício 0.4. Faça um desenho determinando o conjunto dos números complexos para cada uma das seguintes situações:

- $|z| \leq 1$
- $|z + i| < 2$
- $|z - i| < 2$

Exercício 0.5. Encontre o argumento e o argumento principal de:

- $z = \frac{i}{-2-2i}$;
- $z = (\sqrt{3} - i)^6$.

Exercício 0.6. Mostre que que:

- $|e^{i\theta}| = 1$;
- $\overline{e^{i\theta}} = e^{-\theta}$

Exercício 0.7. Prove por indução que:

$$e^{i\theta_1} e^{i\theta_2} \dots e^{i\theta_n} = e^{i(\theta_1 + \dots + \theta_n)}$$

Exercício 0.8. Calcule:

- $(-1 + i)^7 = -8(1 + i)$;

- $(1 + \sqrt{3}i)^{-10} = 2^{-11}(-1 + \sqrt{3}i)$.

Exercício 0.9. Encontre as raízes quadrada de $2i$ e $1 - \sqrt{3}i$. Ou seja determine os conjuntos abaixo

- $\{z \in \mathbb{C} \mid z^2 = 2i\}$;
- $\{z \in \mathbb{C} \mid z^2 = 1 - \sqrt{3}i\}$.

Exercício 0.10. Encontre o domínio para que a função $f(z) = \frac{1}{z^2+1}$ fique bem definida.

Exercício 0.11. Olhando $z = re^{i\theta}$ na sua forma polar, então escreva

$$f(z) = z + \frac{1}{z}$$

na forma

$$f(z) = u(r, \theta) + iv(r, \theta)$$

Exercício 0.12. Considere as funções $f(z) = z^2$, $g(z) = z^3$ e $h(z) = z^4$ com domínio dado por $r \leq 1$, $0 \leq \theta \leq \pi/4$. Faça um esboço da imagem dessas funções.