

# Gabarito ME310 - 2º2017 - Prova 2

PAD - Wellington Azevedo Bezerra

Novembro - 2017

1. Verificando a correção de continuidade com o valor de 150,5. Podemos observar que:

$$P(\sum_{i=1}^{41} N_i \leq 150,5) = P\left(\frac{\sum_{i=1}^{41} N_i - 41\mu}{\sqrt{41}\sigma} \leq \frac{150,5 - 41\mu}{\sqrt{41}\sigma}\right) = \Phi(0,64).$$

Sabendo que a esperança e a variância dos dados são respectivamente  $\mu = 3,5$  e  $\sigma^2 = \frac{35}{12}$ .

2. [a]  $P(|\bar{X} - 0,5| \leq 0,03) = 0,98 \Rightarrow P(|\bar{X} - 0,5| > 0,03) = 0,02$ .

$$\text{Logo, } 0,02 = \text{Var}(\bar{X})/\varepsilon^2 \Rightarrow 0,02 = \frac{\text{Var}(X)}{n\varepsilon^2} \Rightarrow n = \frac{1/4}{0,02^2 * (0,03^2)} \Rightarrow n = 13889.$$

Sabendo que  $E(X) = 1/2$  e  $\text{Var}(X) = 1/4$ .

$$\begin{aligned} \text{[b] } P(|\bar{X} - 0,5| \leq 0,03) = 0,98 &\iff P(-0,03 \leq \bar{X} - 0,5 \leq 0,03) = 0,98 \Rightarrow \\ &1 - 2 * P(z \leq -\frac{0,03}{\sqrt{\frac{1/4}{n}}}) = P(z \leq -0,06\sqrt{n}) = \frac{0,02}{2} \Rightarrow -0,06\sqrt{n} = \\ &2,326 \Rightarrow n = 1503. \end{aligned}$$

3. Seja  $Y = X^2$ , então  $E(X^2)^3 \leq (E(X^3))^2 \iff (E(Y))^{\frac{3}{2}} \leq E(Y^{\frac{3}{2}})$ . Por Jensen, podemos concluir que  $(E(X^3))^2$  é maior, por ser convexa.

Sabendo que  $f(x) = x^{3/2}$  no conjunto  $x \geq 0$  possui a segunda derivada no valor  $\frac{3}{4}x^{-1/2}$ .

4.  $\text{dist}_{T,V}(X, Y) = \int (f_X(s) - f_Y(s))ds = \int (f_Y(s) - f_X(s))ds$

$$\lambda \exp(\lambda s) \iff \frac{\lambda}{\mu} = \exp((\lambda - \mu)s) \Rightarrow s = \frac{\ln(\frac{\lambda}{\mu})}{\lambda - \mu}$$

$$\begin{aligned} \text{dist}_{TV}(X, Y) &= \int_s^\infty \mu * \exp(-\mu * s) - \int_s^\infty \lambda * \exp(-\lambda * s) ds = \exp(-\mu * \\ &s) - \exp(-\lambda * s) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{\frac{-\mu}{\lambda-\mu}} - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{\frac{-\lambda}{\lambda-\mu}}. \end{aligned}$$

5. [a]  $\int_{-2}^2 b * (4 - x^2) dx = 1 \Rightarrow b = \frac{3}{32}$

Se  $u^*$  tem distribuição  $u[-2, 2]$ , então  $f_{u^*}(s) = \frac{1}{4} * I[-2, 2]$ , então considerando que  $u[0, 1]$ ,

teremos então um algoritmo para simular  $X$  com  $u^* = 4u - 2$ .

[b] Utilizando três valor para simular a variável, teremos:

$u^* = 4 * 0,72 - 2 =$ , sendo  $(3/8) * 0,55 < f_X(0,88)$ , então é aceito.

Considerando  $f_X(0) = \frac{3}{8}$

O segundo será:

$u^* = 4 * 0,29 - 2 = -0,84$ , sendo  $(3/8) * 0,92 > f_X(-0,84)$ , então é rejeitado.

No Terceiro:

$u^* = 4 * 0,73 - 2 = 0,92$ , sendo  $(3/8) * 0,31 < f_X(0,92)$ , então é aceito.

Logo,  $X_1 = 0,88$  e  $X_2 = 0,92$ .