## ME-100 Fundamentos de cálculo

## Lista 1

## Noções de lógica

**1**. Sejam $X$ e $Y$ duas proposições. Se $X$ implica em $Y$, então podemos concluir que

(a) se $Y$ é falsa, então $X$ é falsa

(b) se $X$ é falsa, então $Y$ é falsa

(c) pelo menos uma proposição entre $X$ e $Y$ é verdadeira

(d) $X$ não pode ser falsa

(e) $Y$ não pode ser falsa

(f) se $Y$ é verdadeira, então $X$ é verdadeira

(g) $X$ é verdadeira, $Y$ também é verdadeira

**2**. Sejam $X$ e $Y$ duas proposições. Para provar que a afirmação "ambas as proposições são verdadeiras" não é verdadeira, precisamos provar que

(a) $X$ é verdadeira se e somente se $Y$ é falsa

(b) $X$ não implica em $Y$, e $Y$ não implica em $X$

(c) pelo menos uma proposição entre $X$ e $Y$ é falsa

(d) $X$ e $Y$ são falsas

(e) exatamente uma proposição entre $X$ e $Y$ é falsa

**3**. Sejam $X$ e $Y$ duas proposições. Para provar que a afirmação "pelo menos uma proposição entre $X$ e $Y$ é verdadeira" não é verdadeira, precisamos provar que

(a) $Y$ é falsa

(b) pelo menos uma proposição entre $X$ e $Y$ é falsa

(c) $X$ é verdadeira se e somente se $Y$ é falsa

(d) $X$ não implica em $Y$, e $Y$ não implica em $X$

(e) exatamente uma proposição entre $X$ e $Y$ é falsa

(f) $X$ e $Y$ são falsas

(g) $X$ é falsa

**4**. Sejam $X$ e $Y$ duas proposições. Para provar que a afirmação "$X$ implica em $Y$" não é verdadeira, precisamos provar que

(a) $X$ e $Y$ são falsas

(b) pelo menos uma proposição entre $X$ e $Y$ é falsa

(c) exatamente uma proposição entre $X$ e $Y$ é falsa

(d) $X$ é verdadeira, mas $Y$ é falsa

(e) $X$ é falsa

(f) $Y$ é falsa

(g) $Y$ é verdadeira, mas $X$ é falsa

**5**. Seja $P(x)$ uma afirmação sobre um objeto $x$ de tipo $X$. Para provar que "$P(x)$ vale para todos $x$ de tipo $X$" não se verifica, temos que

(a) provar que o fato "$P(x)$ é verdade" não necessariamente implica que $x$ é de tipo $X$

(b) provar que não existe nenhum $x$ de tipo $X$

(c) assumir que existe um $x$ de tipo $X$ tal que $P(x)$ vale, e obter uma contradição

(d) provar que $P(x)$ é falsa para todo $x$ de tipo $X$

(e) provar que existe pelo menos um $x$ de tipo $X$ para qual $P(x)$ é falsa

(f) provar que existe pelo menos um $x$ que não seja de tipo $X$, para qual $P(x)$ ainda é verdadeira

(g) provar que para todo $x$ de tipo $X$ existe $y$ diferente de $x$ e tal que $P(y)$ é verdadeira

**6**. Seja $P(x)$ uma afirmação sobre um objeto $x$ de tipo $X$. Para provar que "$P(x)$ vale para algum $x$ de tipo $X$" não se verifica, temos que

(a) provar que o fato "$P(x)$ é verdade" não necessariamente implica que $x$ é de tipo $X$

(b) provar que $P(x)$ é falsa para todo $x$ de tipo $X$

(c) provar que existe um $x$ que não seja de tipo $X$, para qual $P(x)$ ainda é verdadeira

(d) assumir que $P(x)$ vale para todos $x$ de tipo $X$, e obter uma contradição

(e) provar que existe um $x$ de tipo $X$ para qual $P(x)$ é falsa

(f) provar que para todo $x$ de tipo $X$ existe $y$ diferente de $x$ e tal que $P(y)$ é verdadeira

**7**. Seja $P(n, m)$ uma afirmação sobre dois números inteiros $n$ e $m$. Para provar a afirmação "para todo inteiro $n$ existe um inteiro $m$ tal que $P(n, m)$ vale", temos que fazer o seguinte:

(a) encontrar um número inteiro $n$ e um número inteiro $m$ tais que $P(n, m)$ se verifica

(b) achar $m$ tal que $P(n, m)$ é verdade para todo $n$

(c) achar $n$ tal que $P(n, m)$ vale para todo $m$

(d) seja $m$ um número inteiro arbitrário; para este $m$, encontrar $n$ (possivelmente dependente de $m$) tal que $P(n, m)$ vale

(e) mostrar que, se $P(n, m)$ vale, então $n$ e $m$ são inteiros

(f) seja $n$ um número inteiro arbitrário; para este $n$, encontrar $m$ (possivelmente dependente de $n$) tal que $P(n, m)$ vale

(g) sejam $n, m$ números inteiros arbitrários; provar então que $P(n, m)$ se verifica

**8**. Seja $P(n, m)$ uma afirmação sobre dois números inteiros $n$ e $m$. Para provar que a afirmação "para todo inteiro $n$ existe um inteiro $m$ tal que $P(n, m)$ se verifica" não é verdadeira, precisamos provar que

(a) existe um inteiro $m$ tal que $P(n, m)$ é falsa para todos os números inteiros $n$

(b) para qualquer inteiro $m$ existe um inteiro $n$ (possivelmente dependente de $m$) tal que $P(n, m)$ é falsa

(c) para qualquer inteiro $n$ existe um inteiro $m$ (possivelmente dependente de $n$) tal que $P(n, m)$ é falsa

(d) existem números inteiros $n, m$ tais que $P(n, m)$ é falsa

(e) se $P(n, m)$ vale, então $n$ e $m$ não são inteiros

(f) para todos os inteiros $n, m$, $P(n, m)$ é falsa

(g) existe um inteiro $n$ tal que $P(n, m)$ é falsa para todos os números inteiros $m$

**9**. Seja $P(n, m)$ uma afirmação sobre dois números inteiros $n$ e $m$. Para provar que a afirmação "existe um inteiro $n$ tal que $P(n, m)$ se verifica para todos os inteiros $m$ " não é verdadeira, precisamos provar que

(a) se $P(n, m)$ vale, então $n$ e $m$ não são inteiros

(b) para todos os inteiros $n, m$, $P(n, m)$ é falsa

(c) existem números inteiros $n, m$ tais que $P(n, m)$ é falsa

(d) para qualquer inteiro $n$ existe um inteiro $m$ (possivelmente dependente de $n$) tal que $P(n, m)$ é falsa

(e) existe um inteiro $m$ tal que $P(n, m)$ é falsa para todos os números inteiros $n$

(f) para qualquer inteiro $m$ existe um inteiro $n$ (possivelmente dependente de $m$) tal que $P(n, m)$ é falsa

(g) existe um inteiro $n$ tal que $P(n, m)$ é falsa para todos os números inteiros $m$

**10**. Sejam $X$ e $Y$ duas proposições. Qual das seguintes estratégias não é uma maneira válida de mostrar que $X$ implica em $Y$?

(a) Assumir que $Y$ é falsa, e depois usar isso para mostrar que $X$ é falsa.

(b) Mostrar que ou $X$ é falsa, ou $Y$ é verdadeira, ou as duas coisas.

(c) Provar que uma outra proposição $Z$ implica em $Y$, depois provar que $X$ implica em $Z$.

(d) Assumir que $X$ é falsa e $Y$ é verdadeira, e obter que isso causa uma contradição.

(e) Assumir que $X$ é verdadeira e deduzir disso que $Y$ também é verdadeira.

(f) Provar que $X$ implica em uma outra proposição $Z$, e depois mostrar que $Z$ implica em $Y$

(g) Assumir que $X$ é verdadeira e $Y$ é falsa, e obter que isso causa uma contradição.

**11**. Suponha que queremos provar o seguinte "se todos $X$ são $Y$, então todos $Z$ são $W$". Para fazer isso, seria suficiente mostrar que

(a) todos $Y$ são $X$, e todos $W$ são $Z$

(b) todos $Y$ são $Z$, e todos $W$ são $X$

(c) todos $X$ são $Z$, e todos $Y$ são $W$

(d) todos $X$ são $Z$, e todos $W$ são $Y$

(e) todos $Z$ são $X$, e todos $W$ são $Y$

(f) todos $Z$ são $Y$, e todos $X$ são $W$

(g) todos $Z$ são $X$, e todos $Y$ são $W$

**12**. Suponha que queremos provar o seguinte "se alguns $X$ são $Y$, então alguns $Z$ são $W$". Para fazer isso, seria suficiente mostrar que

(a) todos $Z$ são $X$, e todos $Y$ são $W$

(b) todos $Z$ são $X$, e todos $W$ são $Y$

(c) todos $X$ são $Z$, e alguns $Y$ são $W$

(d) todos $X$ são $Z$, e todos $Y$ são $W$

(e) alguns $Z$ são $X$, e todos $Y$ são $W$

(f) alguns $Z$ são $X$, e alguns $Y$ são $W$

(g) alguns $X$ são $Z$, e todos $Y$ são $W$

**13**. Sejam $X, Y, Z$ proposições. Sabemos que $X$ implica em $Y$ e que $Y$ implica em $Z$. Além disso, sabemos que $Y$ é falsa. Então, podemos concluir que

(a) $X$ é falsa

(b) $Z$ é falsa

(c) $X$ implica em $Z$

(d) **b**, **c**

(e) **a**, **c**

(f) **a**, **b**, **c**

(g) nenhuma das conclusões acima pode ser feita

**14**. Sejam $X, Y, Z$ proposições. Sabemos que $X$ implica em $Y$ e que $Z$ implica em $X$. Além disso, sabemos que $Y$ é falsa. Então, podemos concluir que

(a) $X$ é falsa

(b) $Z$ é falsa

(c) $Z$ implica em $Y$

(d) **b**, **c**

(e) **a**, **c**

(f) **a**, **b**, **c**

(g) nenhuma das conclusões acima pode ser feita

**15**. Sejam $X, Y, Z$ proposições. Sabemos que "$X$ é verdade" implica em "$Y$ é verdade" e "$X$ não é verdade" implica em "$Z$ é verdade". Além disso, sabemos que $Z$ é falsa. Então, podemos concluir que

(a) $X$ é falsa

(b) $X$ é verdadeira

(c) $Y$ é verdadeira

(d) **b**, **c**

(e) **a**, **c**

(f) **a**, **b**, **c**

(g) nenhuma das conclusões acima pode ser feita

**16**. Sejam $X, Y, Z$ proposições. Sabemos que $X$ implica em $Y$ e que $Y$ implica em $Z$. Além disso, sabemos que $X$ é falsa. Então, podemos concluir que

(a) $Y$ é falsa

(b) $Z$ é falsa

(c) $Z$ implica em $X$

(d) **a**, **b**

(e) **a**, **c**

(f) **a**, **b**, **c**

(g) nenhuma das conclusões acima pode ser feita