

### 5a. Lista de Exercícios

- O ponto de ruptura (em libras) de 15 amostras de corda de diâmetro  $3/16$  de polegada são: 660, 460, 540, 580, 550, 546, 475, 577, 670, 550, 552, 675, 693, 543, 554 e 469. Assuma que estes dados provêm de uma distribuição normal.
  - Teste a hipótese de que  $H_0 : \mu = 520$  versus  $H_1 : \mu > 520$  usando o  $p$ -valor
  - Faça o teste de hipóteses de que  $H_0 : \mu = 520$  versus  $H_1 : \mu > 520$  a um nível de significância de 5% usando a região de rejeição.
  - Compare os itens (a) e (b).
- As seguintes notas foram obtidas por 15 alunos na disciplina ME425. Faça um teste de hipóteses para verificar se a nota média da primeira prova é igual à nota média da segunda prova.

Aluno	1	2	3	4	5	6	7	8
Prova 1	6.3	5.4	8.2	9.5	3.3	5.9	9.0	3.4
Prova 2	7.5	6.3	7.0	9.4	4.0	6.0	10.0	4.1
Aluno	9	10	11	12	13	14	15	
Prova 1	3.4	4.3	5.7	7.3	8.5	3.2	2.9	
Prova 2	5.0	5.9	7.0	9.0	8.3	4.0	5.0	

Quais as suposições que você está fazendo?

- Duas turmas de ME425 fizeram a mesma prova e as notas estão a seguir. Faça um teste de hipóteses para verificar se a nota média da Turma A é igual à nota média da Turma B.

Turma A	6.3; 5.4; 8.2; 9.5; 3.3; 5.9; 9.0; 3.4; 3.4; 4.3; 5.7; 7.3; 8.5; 3.2; 2.9
Turma B	7.5; 6.3; 7.0; 9.4; 4.0; 6.0; 10.0; 4.1; 5.0; 5.9; 7.0; 9.0; 8.3; 4.0; 5.0

Quais as suposições que você está fazendo?

Observe que numericamente os dados dos dois últimos exercícios são iguais. Compare os resultados.

4. Uma nova subpopulação de abelhas foi descoberta, cujos indivíduos aparentam ter tamanho maior que os seus antepassados. Uma pequena amostra de 25 espécimes foi coletada e o comprimento de cada abelha foi medido. Achou-se que a média amostral é 75.8mm e o desvio padrão amostral é 62.5mm. Calcule o  $p$ -valor desta amostra sob a hipótese nula que  $H_0 : \mu = 50mm$  versus a alternativa  $\mu > 50mm$ . Não esqueça de colocar explicitamente todas as suas suposições.
5. Em certo estudo médico, selecionou-se aleatoriamente 100 indivíduos de uma certa subpopulação e encontrou-se que 10 deles carregam o gene de anemia falciforme.
  - (a) Ache a estimativa pontual para a verdadeira proporção de indivíduos desta subpopulação que têm o gene de anemia falciforme. Além disso, apresente o IC de 95% de confiança baseados nos dados da amostra. Não se esqueça de colocar todas as hipóteses necessárias.
  - (b) De acordo com a OMS, estima-se que 20% dos indivíduos desta subpopulação carregem o gene de anemia falciforme. Os dados

confirmam esta hipótese? qual o p-valor encontrado. Não esqueça de especificar a hipótese alternativa.

- (c) Usando cada uma suas respostas (a) e (b), ache um teste de hipóteses para  $H_0 : p = 0.20$  vs.  $H_1 : p \neq .20$  a um nível de significância de 5%. Também interprete no contexto: Exatamente o que foi mostrado sobre a proporção de indivíduos desta população que carregam o gene de anemia falciforme, baseado nesta amostra? Seja o mais específico possível.
6. Você está interessado em comparar o tempo de florescência ( número de dias que as flores desabrocham) para duas variedades, A e B. Sabe-se que o tempo de florescência das duas espécies é aproximadamente normal com uma desvio padrão de 1.8 dias. Você tem somente 8 sementes disponíveis da espécie A; entretanto, você tem um estoque ilimitado de sementes da variedade B. Você planeja usar  $n$  sementes da variedade B. Encontre  $n$  de tal forma que o IC de 95% para a diferença entre a média do tempo de florescência das duas variedades tenha um comprimento de 2.7 dias. (Assuma que todas as sementes vão germinar e resultarão em plantas saudáveis.)
7. Os cientistas estão interessados em estudar a saúde de plantas em florestas tropicais. Para uma dada espécie de árvore, os cientistas desenvolveram cuidadosamente uma escala  $\{1, 2, 3, 4\}$  de valores para a saúde da árvore, onde quanto maior o número maior a severidade da doença. Baseado nas condições climáticas os cientistas conjecturam que o valor médio desta escala para uma determinada espécie é 1.5

contra a hipótese alternativa de que não é este valor. 200 árvores são selecionadas ao acaso e encontra-se:

Escala de doença	1	2	3	4	Total
Número de árvores	70	80	50	0	200

Ache um teste de hipóteses com tamanho aproximado de 5% e interprete seus resultados. Dica: Defina a v.a. de interesse e use o fato de que sua amostra tem tamanho 200.

8. PCB's são compostos químicos que são usados em uma variedade de manufaturados, mas têm efeitos tóxicos em peixes. Um experimento foi realizado no qual 140 ovos de peixe foram utilizados. Deste 38 foram escolhidos aleatoriamente para serem expostos a PCB tipo A, enquanto que 102 foram expostos a PCB tipo B. O experimento se concentrou no número de ovos, para cada composto, que eventualmente maturaram e se tornaram peixes adultos com deformidades; para o tipo A, 7 apresentaram deformidades enquanto que para o tipo B, 32 dos peixes adultos apresentaram deformidades. Denote  $p_A$  a probabilidade de um ovo de peixe exposto ao composto A resultar em um peixe com deformidade, analogamente para  $p_B$ .

- Ache um IC de 95% para  $p_A - p_B$ .
- Use o IC para testar a hipótese  $H_0 : p_A = p_B$  vs.  $H_1 : p_A \neq p_B$ .  
Quais as limitações existem para tirar conclusões deste teste.
- Ache um teste de nível 5% para testar:  $H_0 : p_A = p_B$  vs.  $H_1 : p_A > p_B$ .

9. Acha-se que a produção de leite de vacas decresce se elas são expostas a um ambiente estressante. Para estudar isto, 73 vacas foram escolhidas aleatoriamente de um certo número de fazendas da região. Para cada vaca, a produção de leite foi medida e depois ela foi colocada em uma sala com música alta por 7 dias. No final dos 7 dias, sua produção de leite foi medida novamente. Seja  $X_i$  a medida de produção de leite antes do estresse e  $Y_i$  após o estresse para a vaca  $i$ . Defina  $D_i = X - Y$ . Aqui estão algumas medidas resumo para os dados:

Stem-and-leaf of X            N = 73

Leaf Unit = 1.0

```

4 2333334
4 5577779999
5 1233
5 5777789
6 02334
6 5567788999
7 0000122233333444
7 5666777789
8 0023
```

Stem-and-leaf of Y            N = 73

Leaf Unit = 1.0

```
3 00111344
3 56678
4 00012334
4 6888
5 1222233334
5 568999
6 0000011122224
6 555556666677789
7 000
78
```

-----  
Stem-and-leaf of D            N = 73    Leaf Unit = 0.10

```
5 0111245799
6 01223346788
7 113
8 1244559
9 22233467
10 12999
11 05667
12 123344555679
13 012337
14 123368
```

	N	MEAN	MEDIAN	STDEV
X	73	63.73	67.42	12.24
D	73	9.719	9.456	3.030
Y	73	54.01	56.98	12.57

- (a) Usando os dados acima, construa um IC de nível 90% para o decréscimo na produção de leite devido ao estresse.
- (b) Teste se a conjectura de que há um decréscimo na produção de leite devido ao estresse é verdadeira a um nível de significância de 5%.
- (c) Calcule o p-valor para esta amostra. Explícite todas as suposições feitas para a construção do teste na forma proposta e dê uma justificativa para estas suposições na medida do possível.
10. Responda **Verdadeiro** ou **Falso** e dê uma justificativa para sua resposta.
- (a) Suponha que  $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$  e você faz um teste para  $H_0 : \mu = 10$  vs.  $H_1 : \mu \neq 10$  com uma amostra aleatória de tamanho 9. Você observa valores amostrais  $\bar{y}$  e  $s^2$  e o p-valor resultante para o teste  $t$  é 0.04. Suponha agora que você quer testar as mesmas hipóteses com uma amostra de tamanho 36. Suponha que você, por coincidência incrível, obtém exatamente os mesmos valores de  $\bar{y}$  e  $s^2$  como antes. *Nesta nova amostra você vai rejeitar a hipótese nula a um nível  $\alpha = 0.05$ .*
- (b) Um pesquisador fez um experimento pareado para verificar o efeito de um certo medicamento na contagem de plaquetas no sangue de cachorros. Você seleciona aleatoriamente 7 cachorros e determina a con-

tagem de plaquetas antes e depois de administrar o medicamento aos cães. Assuma que a contagem de “antes” e “depois” é normalmente distribuída. Os dados resultantes são:

Cão	1	2	3	4	5	6	7
Antes	63.2	78.2	57.5	64.4	73.6	59.7	66.6
Depois	58.4	78.0	55.1	64.7	70.1		

Os dados de “depois” dos cães 6 e 7 estão faltando pois os tubos de ensaio que continham o sangue destes cães se quebraram. *Devido ao fato de haver valores faltantes, seria adequado fazer um teste de hipóteses considerando que as amostras são independentes.*

(c) Sabe-se que os comprimentos de folhas maduras de carvalho têm distribuição aproximadamente normal. Você gostaria de testar:  $H_0 : \mu = 12(\text{cm})$  vs.  $H_1 : \mu = 12$ . Dentro de uma grande floresta você seleciona 6 árvores e de cada árvore você retira 15 folhas maduras. Das 90 folhas você calcula a média e o desvio padrão  $\bar{y}$  e  $s^2$  e faz um teste  $t$  considerando uma amostra de tamanho 90 obtendo  $T = 2.50$ . *Você se sentiria confortável rejeitando  $H_0$  a um nível  $\alpha = 0.05$ .*

11. Um investigador deseja conduzir um estudo no qual dois tratamentos serão comparados. O delienamento escolhido foi o de amostras independentes. A distribuição das observações para cada tratamento é normal e ambas as distribuições tem a mesma variância. O objetivo do estudo é testar  $\mu_1 - \mu_2$ . O investigador está considerando 3 possíveis alocações para os tamanhos de amostra: (I)  $n_1 = 5$  e  $n_2 = 5$ ; (II)  $n_1 = 3$  e  $n_2 = 12$ ; (III)  $n_1 = 2$  e  $n_2 = 100$ .

- (a) Suponha que  $\sigma^2$  é conhecido. Qual das três escolhas é a melhor.
- (b) Suponha que  $\sigma^2$  é desconhecido. Quando você calculou a variância ponderada ( $s_p^2$ ) ela coincide para todas as três alocações. Qual das escolhas lhe daria o intervalo de confiança com menor margem de erro?