

1a. Prova ME320

22/09/2009

1. O artigo “Effects of Aggregates and Microfillers on the Flexural Properties of Concrete” (*MAGazine of Concrete Research*, 1997, p. 81–98) relatou um estudo de propriedades de resistência de concreto de alto desempenho obtidos pela utilização de superplásticos e determinados adesivos. Os dados a seguir sobre a resistência á flexão (em megapascal, MPa) foram obtidos:

5,9 7,2 7,3 6,3 8,1 6,8 7,0
7,6 6,8 6,5 7,0 6,3 7,9 9,0
8,2 8,7 7,8 9,7 7,4 7,7 9,7
7,8 7,7 11,6 11,3 11,8 10,7

Obs.: $\sum x_i = 219,8$, $\sum x_i^2 = 1860,94$.

Assuma que a distribuição dos dados segue de uma distribuição normal.

- (a) Calcule uma estimativa pontual do valor médio da resistência para a população conceitual de todas as vigas fabricadas dessa forma e diga qual estimador você utilizou.
 - (b) Calcule o EMV do valor da resistência que separa as 50% mais fracas de todas as vigas das 50% mais fortes e diga qual estimador você utilizou. Você poderia ter utilizado outro estimador mais intuitivo? Qual? Calcule as estimativas destes estimadores e compare.
2. Considere o seguinte conjunto de dados obtidos do tempo de vida (em hs) de lâmpadas fluorescentes:

246.8	529.1	112.0	188.1	18.2	204.0
1.5	268.9	110.9	71.7	43.5	63.1
71.9	133.9	22.1	81.4	196.3	137.0
170.2	66.3	17.0	114.7	33.3	53.9
45.5	182.0	17.9	133.2	20.1	84.0

Obs.: $\sum x_i = 3273$, $\sum x_i^2 = 563547.64$.

- (a) Calcule o EMV do desvio padrão da população. Calcule o estimador pelo método dos momentos do desvio padrão da população. Calcule as estimativas destes estimadores e compare.
- (b) Calcule uma estimativa pontual da proporção de todas as lâmpadas cujo tempo de vida exceda 100hs. (*Sugestão:* Considere uma observação “sucesso” se exceder 100)
3. Uma v.a binomial negativa X conta o número de fracassos antes do r -ésimo sucesso em uma sequência de ensaios de Bernoulli com probabilidade de sucesso p . A função de probabilidade de X é:

$$f(x) = \begin{cases} \binom{x+r-1}{x} p^r (1-p)^x, & x = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Suponha que $r \geq 2$. Mostre que

$$\hat{p} = \frac{r-1}{X+r-1}$$

é um estimador não viesado para p . (*Sugestão:* Desenvolva $E(\hat{p})$ e cancele $x+r-1$ dentro da soma.)

- (b) Suponha que $r \geq 2$. Ache o EMV para p .

- (c) Uma amostra aleatória de capacetes de uma empresa é observada até encontrar o 3o. defeituoso. Se o 20o. capacete for o terceiro com defeito (de modo que o número de capacetes sem defeitos foi 17). Compare os dois estimadores acima e comente.
4. Um modelo teórico sugere que os tempos de quebra de um líquido isolante entre eletrodos em uma voltagem específica tem distribuição exponencial com parâmetro λ . Uma amostra aleatória de $n = 10$ tempos de quebra produz os seguintes dados amostrais (em min):

41,53 18,73 2,99 30,34 12,33
117,52 73,02 223,63 4,00 26,78

Para construir um IC de $(1 - \alpha)100\%$ usamos o seguinte fato: Se X_1, X_2, \dots, X_n são iid $\exp(\lambda)$ então $2\lambda \sum_{j=1}^n X_j$ tem distribuição qui-quadrado com $2n$ graus de liberdade.

- (a) Construa um IC de nível 95% para λ .
- (b) Ache um IC de nível 95% para o desvio padrão do tempo de vida útil.

Obs.: Se $Y \sim \chi^2(20)$ então: $P(Y \leq 34,170) = 0.975$ e $P(Y \leq 9,591) = 0.025$.

5. Suponha que uma amostra aleatória e 50 garrafas de um certo xarope para tosse seja selecionada e o teor alcoólico de cada garrafa seja determinado. Seja μ o teor médio de álcool da população de todas as garrafas da marca em estudo. Suponha que o intervalo de confiança de 95% resultante seja $(7,8;9,4)$.
- (a) Um intervalo de confiança de 90% calculado dessa mesma amostra

teria sido mais estreito ou mais largo que o intervalo mencionado acima? Explique seu raciocínio.

(b) Considere a afirmação a seguir: existe 95% de chance de μ estar entre 7,8 e 9,4. Esta afirmação está correta? Por que?

(c) Considere a afirmação a seguir: podemos estar certos de que 95% de todas as garrafas desse tipo de xaro[e têm um conteúdo alcoólico que está entre 7,8 e 9,4. Esta afirmação está correta? Por que?

(d) Considere a afirmação a seguir: se o processo de seleção de uma amostra de tamanho 50 e de cálculo do IC de 95% correspondente for repetido 100 vezes, **exatamente** 95 dos intervalos resultantes conterão μ . Esta afirmação está correta? Por que?