

1a. Prova ME320 - Turma A

25/09/2006

Observações:

- Todas as questões tem o mesmo valor.
- Justifique cuidadosamente suas respostas.
- Resolva cada questão no espaço reservado, se precisar de mais espaço escreva no verso da folha indicando claramente. Ponha nome, RA e Turma em todas as folhas.
- Entregue seu formulário juntamente com a prova.

Nome:

RA:

Turma:

Questão	Nota
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

1. Seja X_1, X_2, X_3 uma amostra aleatória de uma distribuição $N(\mu, \sigma^2)$ onde $\mu = \sigma^2 = \theta$ e o espaço paramétrico é $\Theta = [0, \infty)$. Considere dois estimadores para θ , $T_1 = \bar{X}$ e $T_2 = 3$. Em termos de Erro Médio Quadrático, ache os subconjuntos de Θ onde T_2 é mais eficiente que T_1 . Comente.

2. Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória de uma distribuição $N(\mu, \sigma^2)$ onde $\mu = \theta$ e $\sigma^2 = \theta^2$. Ache o EMV de θ .

3. Sejam X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória de uma distribuição com densidade

$$f(x, \theta) = \theta x^{\theta-1}, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad \theta > 0.$$

- (a) Ache M o EMV de θ .
- (b) Suponha que $n = 1$ e mostre que $-\theta \log(X_1)$ é uma quantidade pivotal (pivô).
- (c) Use (b) para encontrar um intervalo de confiança de nível $100\gamma\%$ onde $0 < \gamma < 1$.

4. Suponha o raio R das pizzas fabricadas pela pizzaria XXX seja uma v.a. $N(r, 4)$ e o preço da pizza é proporcional à sua área, isto é, preço da pizza é uma função $\tau(r)$. Suponha que o dono da pizzaria, para decidir qual preço ele cobrará pela pizza, toma uma amostra R_1, \dots, R_n de raios de pizzas fabricadas exatamente sob as mesmas condições e decide estimar $\tau(r)$. Como consumidor qual estimador você prefere: o estimador de máxima verossimilhança (encontre o EMV) ou o estimador não viesado de mínima variância (não precisa encontrar este estimador). Por que?

5. O artigo “Measuring and Understanding the Aging of Kraft Insulating Paper in Power Transformers” (IEEE *Electrical Insul. Mag.*, 1996, p.28–34) continha as seguintes observações sobre o grau de polimerização dos espécimes de papel para os quais a viscosidade vezes a concentração caíram em certo intervalo intermediário:

418, 421, 421, 421, 422, 425, 427, 431, 434, 437, 439, 446, 447, 448, 453, 454, 463, 465

$$\sum x_i = 7872 \text{ e } \sum x_i^2 = 3446640.$$

(a) Construa um boxplot dos dados e comente quaisquer características interessantes.

(b) É plausível que as observações da amostra fornecidas tenham sido selecionadas de uma distribuição normal?

(c) Assumindo que os dados venham de uma distribuição normal, calcule o intervalo de confiança de nível 95% para o grau médio real de polimerização. O intervalo sugere que 440 seja um valor plausível para o grau médio real de polimerização? E quanto a 450?