3a. Prova - MA-311 - 29/06/07. **Turmas #, C, D, E, F e G**

NOME: ____ RA: ________________

Tempo de prova: 110min.

Ponha suas resoluções nas folhas em branco na seguinte ordem:

– Folha 1 (frente e verso): Questões 1 e 2;

– Folha 2 (frente e verso): Questão 3;

– Folha 3 (frente e verso): Questão 4;

– Folhas 4 e 5 (frentes e versos): Questão 5.

Cada questão vale 2,0 pontos.

Questão 1. Calcule a integral $\displaystyle\int_0^1 \frac{\operatorname{sen} x}{x}\, dx$ em termos de uma série numérica. Escreva pelo menos os quatro primeiros termos da série numérica.

Questão 2. Considere a edo $(x-1)\, y'' + x\, y' + x^2\, y = 0.$
Mostre que $x_0 = 0$ é um ponto ordinário e estime o raio de convergência de qualquer solução em série de potências em x $\left(y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n\right)$.
(*Não precisa – o aluno não deve – resolver a equação.*
Não se esqueça de justificar devidamente todas as suas afirmações.)

Questão 3. Considere a função $f(x) = \begin{cases} 0, & 0 \le x \le 15 \\ 15, & 15 < x \le 30 \end{cases}.$
Encontre a série de Fourier em cosenos de f com período 60.

Questão 4. Usando separação de variáveis encontre **alguma** solução não-nula da equação $\pi^2\, u_t = u_{xx}$, $x \in (0,2)$, $t > 0$, que satisfaça as condições de contorno $\mathbf{u(0,t) = 0}$ e $\mathbf{u_x(2,t) = 0}$, $t > 0$.

Questão 5. A equação de Laguerre é

$$x\, y'' + (1-x)\, y' + \lambda\, y = 0\,.$$

Mostre que $x_0 = 0$ é um ponto singular regular. Determine a equação indicial e suas raízes, a relação de recorrência e **uma** solução (não-nula) em série de potências de x $(x > 0)$. Calcule pelo menos os 05 (cinco) primeiros termos não nulos dessa série. Mostre que se $\lambda = 2$ essa solução se reduz a um polinômio.

BOA PROVA!