Análise 2 - MA602 2a. prova, 20/05/2015

Aluno: ____________________________ RA: ____________

1. a) (0,5) Dê a definição da integral imprópria $\int_0^{\pi} \frac{x}{\operatorname{sen} x}$.
b) (2,0) A integral imprópria $\int_0^{\pi} \frac{x}{\operatorname{sen} x}$ converge ou diverge? (Demonstre a sua afirmação.)

2. a) (1,0). Mostre que $\sum_{j=1}^{n} \operatorname{sen} jx = \frac{\cos\frac{x}{2} - \cos(n+\frac{1}{2})x}{2sen\frac{x}{2}}$.
b) (1,5). Mostre que a série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} nx}{n}$ converge uniformemente no intervalo $[\pi/2, 3\pi/2]$.

3. (2,5). Mostre que se uma sequência de funções contínuas converge uniformemente em $A \subset \mathbb{R}$ então ela também converge uniformemente no fecho de A (em $\overline{A}$).

4. (2,5). Demonstre o Teorema (Teste) de Abel: *Sejam (f_n) e (g_n) sequências de funções definidas em $A \subset \mathbb{R}$ tais que (f_n) converge uniformemente para a função nula e a série $\sum |f_{n+1} - f_n|$ converge uniformemente (em A), e, as somas parciais da série $\sum g_n$ são uniformemente limitadas. Então a série $\sum f_n g_n$ converge uniformemente.*

Boa prova!