

1a. Prova - MA-311 - 13/04/07. Turmas #, C, D, E, F e G

NOME: _____ RA: _____

Tempo de prova: 100min; Analise o tempo que voce gastará em cada questão. Justifique de forma clara e sucinta todas as suas respostas e afirmações;

Respostas sem justificativas não serão consideradas. Ponha suas resoluções nas folhas em branco em ordem crescente. Não destaque as páginas da prova. Não é permitido o uso de calculadoras.

Cada questão vale 2,0 pontos.

Questões 1 a 3 abaixo: Resolver o problema de valor inicial dado.

Questão 1. $y' - 4y = e^{3x} \cos x, \quad y(0) = 1.$

Questão 2.
$$\begin{cases} x \operatorname{sen}(y) + (x^2 + 1) \cos(y) \frac{dy}{dx} = 0 \\ y(1) = \pi/2 \end{cases}.$$

Verifique que a equação não é exata. (*Sugestão:* Use que $\mu(y) = \operatorname{sen} y$ é um fator integrante ou que a equação é separável.)

Questão 3.
$$\begin{cases} y'' - 2y' - 8y = 3e^{-2x} \\ y(0) = 1 \text{ e } y'(0) = -1/2 \end{cases}$$

Questão 4. a) (1,0 ponto) Enuncie o Teorema de Existência e Unicidade para as EDO's **lineares** de 2a. ordem.

b) (0,5 pontos) Verifique que as funções $\Phi_1(t) = t^2 \operatorname{sen} t$ e $\Phi_2(t) \equiv 0$ são soluções do problema de valor inicial

$$\begin{cases} t^2 y'' - 4ty' + (t^2 + 6)y = 0 \\ y(0) = 0 \text{ e } y'(0) = 0 \end{cases}$$

c) (0,5 pontos) Este fato contradiz o Teorema de Existência e Unicidade?

Questão 5. a) (1,0 ponto) Calcule a transformada de Laplace inversa da função $F(s) = \frac{s}{(s+1)^2}$. (*Dica:* $\frac{s}{(s+1)^2} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{(s+1)^2}$ - frações parciais.)

b) (0,8 pontos) Use Transformada de Laplace para resolver o PVI

$$\begin{cases} y''(t) + 4y = f(t) \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases} \quad \text{onde } f(t) = \begin{cases} 0; & 0 \leq t < 2 \\ 1; & 2 \leq t < 4 \\ 0; & t \geq 4. \end{cases}$$

c) (0,2 pontos) Expresse a solução em termos de várias sentenças com funções diferenciáveis $(y(t) = \begin{cases} y_1(t); & 0 \leq t < t_1 \\ y_2(t); & t_1 \leq t < t_2 \\ \text{etc.}; \end{cases})$.

BOA PROVA!