

NOME:----- RA:-----

A prova é individual. Não é permitido o uso de calculadoras.

Justifique todas as suas respostas. Tempo de Prova: 120 minutos.

Questão 1 (2,0) Expresse a função abaixo através de uma série de potências em torno da origem.

$$f(x) = \frac{x}{(1+x^2)^2} .$$

Questão 2 (2,0) Determine os quatro primeiros termos de cada uma das duas soluções linearmente independentes em torno da origem, da equação diferencial

$$(2+x^2)y'' - xy' + 4y = 0 .$$

Questão 3 Considere a equação diferencial $x^2y'' + 8xy' + 12y = 0$ (*).

Item A (1,0) Mostre que $x_0 = 0$ é *ponto singular regular* da equação (*).

Item B (1,0) Determine a solução geral da equação (*).

Questão 4 (2,0) Mostre que o método de *Separação de Variáveis* transforma a equação diferencial parcial

$$t u_{xx} + x u_{tt} = 0$$

em duas equações diferenciais ordinárias. Exiba estas equações.

* * **ATENÇÃO!! VIDE VERSO** * *

Questão 5 Considere a função periódica

$$f(x) = \begin{cases} 4x, & -10 \leq x \leq 10 \\ f(x+20) = f(x) \end{cases}$$

Item A (0,5) A função f é uma *função par* ou uma *função ímpar*? Explique.

Item B (1,0) Encontre a *Série de Fourier* de f .

Item C (0,5) Encontre a solução do problema de condução de calor

$$5 u_{xx} = u_t, \quad 0 < x < 10, \quad t > 0.$$

$$u(0, t) = u(10, t) = 0.$$

$$u(x, 0) = f(x).$$

Integrais

$$\int x \cos x \, dx = \cos x + x \operatorname{sen} x + C.$$

$$\int x \operatorname{sen} x \, dx = \operatorname{sen} x - x \cos x + C.$$

Boa Prova!! Boas Férias!!