Turma:

MA 311 Cálculo III

Primeiro Semestre de 2007

Terceira Prova

Nome: **RA:**

Questões	*Pontos*
Q 1	
Q 2	
Q 3	
Q 4	
T o t a l	

Questão 1 Verifique se as séries numéricas abaixo são convergentes ou divergentes. Se uma série convergir, determine se a convergência é absoluta ou condicional.

(a) **(0,5 ponto)** $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{6n-5}$

(b) **(1,0 ponto)** $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n(n-1)/2}\left(\frac{n}{2n-1}\right)^n$

(c) **(1,0 ponto)** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n(2n-1)}$

Questão 2 (2,5 pontos)

Determine a solução do seguinte problema de valor inicial

$$\begin{cases} (x^2-4)y'' + 3xy' + y = 0 \\ y(0) = 4 \ , \ y'(0) = 1 \end{cases}$$

em termos de uma série de potências da forma $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$. Porque podemos afirmar que o raio de convergência desta série é pelo menos 2?

Questão 3 (a) **(1,5 ponto)** Ache a série de Fourier da função

$$f(x) = \begin{cases} -1/2 \quad , \quad -1 \leq x < 0 \\ 1/2 \quad , \quad 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

definida no intervalo $-1 \leq x \leq 1$.

(b) **(1,0 ponto)** Usando a série obtida, mostre que

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = \frac{\pi}{4}$$

Questão 4 Considere o problema de achar a função $u(x,t)$, $0 \leq x \leq 1$, $t \geq 0$, tal que

$$\begin{cases} \text{(i)} \;\; u_t = u_{xx} + \alpha u \\ \text{(ii)} \;\; u(0,t) = u(1,t) = 0 \\ \text{(iii)} \;\; u(x,0) = 6\sin(3\pi x) - 2\sin(5\pi x) \end{cases}$$

onde α é uma constante.

(a) **(1,0 ponto)** Use o método de separação de variáveis para obter soluções de (i) e (ii) da forma $u(x,t) = X(x)T(t)$.

(b) **(1,0 ponto)** Encontre a solução de (i), (ii) e (iii).

(c) **(0,5 ponto)** Para que valores de $\alpha \in \mathbb{R}$ a solução obtida acima não decai a zero quando $t \to +\infty$?